

Korzystaj z cyfrowego wspomaganie nauki

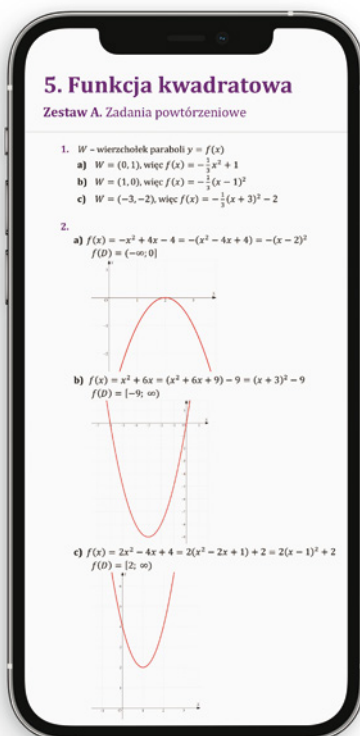
Nowa
teraz 
matura

Zbiór zadań maturalnych połączony jest z aplikacją app.nowaterazmatura.pl. Znajdziesz tam materiały cyfrowe, które ułatwiają i urozmaicają przygotowania do egzaminu.

FILMY



ROZWIĄZANIA WSZYSTKICH ZADAŃ



WZORY CKE



Jak uzyskać dostęp do materiałów cyfrowych?

- 1 Wejdź na app.nowaterazmatura.pl
- 2 Zarejestruj się / zaloguj się.
- 3 Wpisz w aplikacji kod dostępu **ukryty pod zdrapką**.
- 4 Korzystaj z materiałów cyfrowych w wybrany przez siebie sposób:
 - skanuj kody QR zamieszczone w publikacji **lub**
 - wpisz w aplikacji kody alfanumeryczne kodów QR **lub**
 - wyszukuj materiały w aplikacji.

**KOD
DOSTĘPU**

**KOD UMOŻLIWIA DOSTĘP DO MATERIAŁÓW
OD 1 WRZEŚNIA DO 31 SIERPNIANA NASTĘPNEGO ROKU,
NIEZALEŻNIE OD DNIA AKTYWACJI.**



Spis treści

Co znajdziesz w Zbiorze zadań maturalnych? 4

Powtórzenie działań po działach

1. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne	8
2. Zbiory, wartość bezwzględna i nierówności	16
3. Funkcje	23
4. Funkcja liniowa	32
5. Funkcja kwadratowa	41
6. Wielomiany	53
7. Funkcja wymierna	59
8. Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	64
9. Trygonometria	74
10. Ciągi	82
11. Planimetria	94
12. Geometria analityczna	109
13. Stereometria	118
14. Rachunek prawdopodobieństwa	129
15. Statystyka	139

Odpowiedzi i modele rozwiązań

Powtórzenie działań po działach	150
Tablica wartości funkcji trygonometrycznych	230
Zestaw wzorów	231

Wzory
matematyczne CKE



Kod: 192SSR
app.nowaterazmatura.pl

SPRAWDŹ
AKTUALNOŚCI CKE



Kod:
7SWVQC
app.nowaterazmatura.pl

Co znajdziesz w Zbiorze zadań maturalnych?

Zbiór zadań maturalnych „NOWA Teraz matura” do matematyki na poziomie podstawowym gwarantuje bardzo dobre przygotowanie do obowiązkowego egzaminu z matematyki. Zapewnia optymalny dobór i liczbę zadań. Dzięki zbiorowi zapoznasz się z różnymi typami poleceń zadań egzaminacyjnych. Rozwiązania do wszystkich zadań umieszczamy pod kodami QR – pozwolą one szybko sprawdzić, jak poradzić sobie z zadaniem, które sprawia ci problem. Część rozwiązań prezentujemy w postaci filmowej. Możesz skorzystać też z modeli rozwiązań zadań otwartych – znajdziesz je w drugiej części zbioru. Liczne odsyłacze zarówno do odpowiednich elementów zbioru oraz związanych z nim zasobów cyfrowych, jak i do innych publikacji, ułatwiają poruszanie się po zbiorze oraz korzystanie z dodatkowych pomocy.

Poniżej przedstawiamy poszczególne elementy układu treści w zbiorze, a także stosowane w nim oznaczenia.



Na początku publikacji znajdziesz kod dostępu do aplikacji app.nowaterazmatura.pl. Zarejestruj się tam, aktywuj kod i korzystaj z zasobów cyfrowych do serii „NOWA Teraz matura”. Skanuj kody QR podczas pracy na urządzeniach mobilnych lub wpisuj kody literowo-cyfrowe do aplikacji podczas pracy przy komputerze.

5. Funkcja kwadratowa

Funkcją kwadratową lub trójmianem kwadratowym określamy dla $x \in \mathbf{R}$, gdzie a, b, c są stałymi i $a \neq 0$

Każdy dział pierwszej części zbioru zaczyna się od **zwięzłego wstępu** teoretycznego. Wyróżniliśmy go niebieskim tłem.

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

Zadania w dziale są podzielone na trzy zestawy. W zestawie A znajdują się zadania ćwiczeniowe, często z kilkoma podpunktami, umożliwiające **powtórzenie materiału**.

Zestaw B. Zadania zamknięte

Zestaw B zawiera tylko zadania zamknięte. Przy każdym zadaniu podano liczbę punktów przyznawaną za poprawne rozwiązanie. Egzamin w nowej formule przewiduje dużą **różnorodność zadań zamkniętych**. Oprócz zadań wielokrotnego wyboru znajdują się tam zadania typu prawda/fałsz, zadania na dobieranie, na uzasadnianie oraz wiązki zadaniowe.

Zestaw C. Zadania otwarte

Zestaw C to zadania otwarte. Zazwyczaj są one **wyżej punktowane** niż zadania zamknięte, a ich rozwiązanie często wymaga złożonych i kilkietapowych działań. W tym zestawie umieszczamy także zadania typu wiązka – jest to grupa zadań powiązanych ze sobą tematycznie.

CKE maj 2025 PP

**Wzory CKE
z wyszarzeniami**



Kod: VPUYC1
app.nowaterazmatura.pl

Oznaczenie zadania, które wystąpiło na maturze w poprzednich latach lub w materiałach CKE i pasuje także do obecnych wymagań egzaminacyjnych dla poziomu podstawowego.

Odnosić do publikacji „Wybrane wzory matematyczne CKE z wyróżnionymi fragmentami dla zakresu podstawowego”. Znajdziesz w niej kopię książeczki CKE „Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki” z jedną różnicą. **Zostawiliśmy widoczne tylko te fragmenty, które dotyczą matury na poziomie podstawowym**, resztę wyszarzyliśmy. Dzięki temu łatwiej odnaleźć przydatne wzory.

Warto tę publikację wydrukować i zaglądać do niej systematycznie.

**Wzory
matematyczne CKE**



Kod: 192SSR
app.nowaterazmatura.pl

Odnosić do publikacji CKE „Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki”, z której można korzystać podczas egzaminu.



**Film –
rozwiązanie
zadania**



3 min



Kod: 3914Q7
app.nowaterazmatura.pl

13.

Niebieskim zakreślaczem zostały wyróżnione numery wybranych zadań, reprezentatywnych dla działu. Za nie zabierz się w pierwszej kolejności, jeśli zdecydujesz się na szybką powtórkę. Do każdego takiego zadania jest dołączone **rozwiązanie w postaci filmu**, które prezentuje youtuber MiedzianyFsor, lub youtuber Marcin z kanału Matma z pasją.

Z lewej strony kodu QR jest umieszczony orientacyjny czas trwania filmu.



**Film –
rozwiązanie
zadania**



5 min



Kod: 31A6AR
app.nowaterazmatura.pl

23.

→ **Odpowiedzi**
s. 162

Odsyłać do krótkich **odpowiedzi**, które znajdują się w drugiej części zbioru.



Oznaczenie kodu QR umieszczonego w części *Odpowiedzi i modele rozwiązań* kierującego do plików PDF z **pełnymi rozwiązaniami** wszystkich zadań.

Zestaw A – odpowiedzi

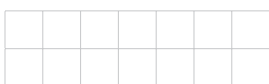
Zestaw B – odpowiedzi

Zestaw C – odpowiedzi

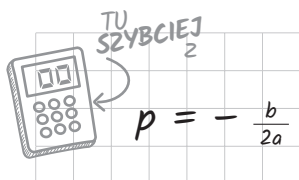
Druga część zbioru to *Odpowiedzi i modele rozwiązań*. Dzięki krótkim odpowiedziom można szybko sprawdzić końcowy wynik każdego zadania.

Zestaw C – modele rozwiązań zadań otwartych

Modele rozwiązań zadań otwartych z zestawu C to skrócone rozwiązania zadań podzielone na etapy, **zgodnie z punktacją** danego zadania. Możesz je porównać z własnymi pomysłami lub wykorzystać jako wskazówki.



Kratka na marginesie **zachęca do robienia własnych notatek**, dzięki którym zbiór nabierze indywidualnego charakteru.



Na marginesach znajdują się dopiski, które sugerują, że do rozwiązania zadania warto użyć kalkulatora (na maturze z matematyki można używać kalkulatora prostego) lub skorzystać z podanego wzoru matematycznego, rysunku czy pomysłu na rozwiązanie.



Aby pogłębić wiadomości teoretyczne i znaleźć przykładowe zadania związane z danym zagadnieniem, warto sięgnąć po vademecum z matematyki na poziomie podstawowym z serii „NOWA Teraz matura”. Układy treści zbioru zadań maturalnych i vademecum są ze sobą ściśle skorelowane.



Osiągnięcie najwyższej formy przed egzaminem zapewnią arkusze maturalne z matematyki na poziomie podstawowym z serii „NOWA Teraz matura”. Pracę z arkuszami polecamy na zakończenie przygotowań do matury, gdy całość powtórzenia będziesz mieć już za sobą.

Powtórzenie dział po dziale

1. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

Wzory CKE
z wyszarzeniami



Kod: VPUYC1
app.nowaterazmatura.pl

Zbiór liczb rzeczywistych oznaczamy literą \mathbb{R} .

Liczby naturalne to liczby: $0, 1, 2, 3, \dots$ Zbiór liczb naturalnych oznaczamy literą \mathbb{N} .

Liczby całkowite to liczby naturalne dodatnie: $1, 2, 3, 4, \dots$, liczby do nich przeciwne: $-1, -2, -3, -4, \dots$ oraz liczba 0 . Zbiór liczb całkowitych oznaczamy literą \mathbb{Z} .

Liczby wymierne to liczby, które można zapisać w postaci $\frac{m}{n}$, gdzie $m, n \in \mathbb{Z}$ oraz $n \neq 0$. Zbiór liczb wymiernych oznaczamy literą \mathbb{Q} .

Liczby niewymierne to liczby rzeczywiste, które nie są wymierne. Zbiór liczb niewymiernych oznaczamy jako $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Potęga o wykładniku całkowitym

$$a^0 = 1 \text{ dla } a \neq 0$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \text{ dla } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ dla } a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

Potęga o wykładniku wymiernym

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \text{ dla } a \geq 0, n \in \mathbb{N}, n > 1$$

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m \text{ dla } a > 0, n \in \mathbb{N}, n > 1, m \in \mathbb{Z}$$

Działania na potęgach

Dla dowolnych liczb $a, b > 0$ i $x, y \in \mathbb{R}$:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$(a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

Pierwiastek kwadratowy

Dla $a \geq 0$:

$$\sqrt{a} = b, \text{ gdy } b^2 = a$$

Dla parzystej liczby $n \in \mathbb{N}$ i $a \geq 0$:

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ gdy } b^n = a$$

Pierwiastek sześcienny

Dla $a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt[3]{a} = b, \text{ gdy } b^3 = a$$

Dla nieparzystej liczby $n \in \mathbb{N}, n > 1$ i $a \in \mathbb{R}$:

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ gdy } b^n = a$$

Działania na pierwiastkach

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ dla } a, b \geq 0$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} \text{ dla } a, b \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ dla } a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \text{ dla } a \in \mathbb{R}, b \neq 0$$

Działania na pierwiastkach dowolnego stopnia parzystego (nieparzystego) wykonuje się tak samo jak działania na pierwiastkach kwadratowych (sześciennych).

Wzory skróconego mnożenia

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

→ Odpowiedzi
s. 150

1. Dana jest liczba sześciocyfrowa $65432x$, gdzie x oznacza cyfrę jednośc. Wyznacz tę liczbę, jeśli jest ona podzielna przez:
- a) 3, b) 4, c) 5, d) 8, e) 9.
2. Podaj przykład liczby wymiernej x spełniającej dany warunek.
- a) $\frac{3}{4} < x < \frac{11}{12}$ b) $\frac{5}{6} < x < \frac{9}{10}$ c) $\frac{3}{4} < x < \frac{4}{5}$ d) $0,25 < x < \frac{1}{3}$
3. Uprość wyrażenie.
- a) $\sqrt{72} + \sqrt{32} + \sqrt{8}$ c) $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{432}$ e) $\frac{4\sqrt{3} + \sqrt{27}}{\sqrt{12}}$
- b) $2\sqrt{75} - 2\sqrt{3} + \sqrt{300}$ d) $\sqrt{2}(\sqrt[3]{500} - \sqrt[3]{4})$ f) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{24})}{\sqrt{3}}$
4. Oblicz.
- a) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{-\frac{216}{125}} - \sqrt[5]{-\frac{243}{32}}$ c) $\sqrt[3]{2\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[3]{-1\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{1\frac{7}{9}} \cdot \sqrt[3]{-1\frac{1}{3}}$
- b) $\sqrt[3]{-1\frac{61}{64}} - \sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt[5]{-7\frac{19}{32}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{750}}{\sqrt[3]{-6}} + \frac{\sqrt[3]{432}}{\sqrt[3]{-2}} - \frac{\sqrt[3]{-320}}{\sqrt[3]{-5}}$
5. Dla jakiej liczby naturalnej n jest spełniony warunek $n - 1 \leq x < n$?
- a) $x = \frac{3^{32} - 3^{30}}{3^{28}}$ b) $x = \frac{2^{22} + 2^{21}}{3 \cdot 2^{11}}$ c) $x = \frac{5^{14} - 5^{12}}{5^{13} + 5^{12}}$
6. Oblicz.
- a) $\frac{2^8 - 4^3}{16^2 + 8^2}$ b) $\frac{3^5 + 27^2}{9 \cdot 3^5}$ c) $\frac{5^8 : 5^2 - 125^2}{25^{-3} : 5^{-2}}$
7. Oblicz. Wynik podaj w notacji wykładniczej.
- a) $\frac{(6 \cdot 10^{21}) \cdot (4,4 \cdot 10^2)}{2 \cdot 10^4}$ b) $\frac{(3 \cdot 10^{11}) \cdot (6 \cdot 10^4)}{(1,5 \cdot 10^3) \cdot (4 \cdot 10^5)}$ c) $\frac{3 \cdot 10^6 + 6 \cdot 10^5}{(2 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^2)}$
8. Oblicz wartość wyrażenia $xy^{-2} - \frac{4}{5}z^{-1}$ dla $x = 3, (3), y = 0, (5)$ i $z = 0, (9)$.
9. Jaka cyfra znajduje się na piętnastym miejscu po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym podanej liczby?
- a) 0,(3210) b) 6,(3648) c) 4,3(201) d) 1,29(325)
10. Oblicz.
- a) $(2 - 3\sqrt{3})(2 - 3\sqrt{3})$ c) $(4\sqrt{5} + \sqrt{3})(4\sqrt{5} - \sqrt{3})$ e) $(\sqrt{6} - 3\sqrt{3})^2$
- b) $(7 + 5\sqrt{2})(5\sqrt{2} + 7)$ d) $(\sqrt{8} + 2\sqrt{6})(2\sqrt{6} - \sqrt{8})$ f) $(2\sqrt{32} - 3\sqrt{2})^2$
11. Oblicz obwód trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych x i y .
- a) $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$ b) $x = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}, y = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Notacja wykładnicza:
 $x \cdot 10^n$, gdzie $1 \leq x < 10$
i $n \in \mathbb{Z}$

Ułamek okresowy
zamień na zwykły.



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: RVKS1L
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

12. Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{3}{\sqrt{3}-1}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

e) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

g) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$

b) $\frac{4}{\sqrt{2}+3}$

d) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-2}$

f) $\frac{2}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

h) $\frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}+1}$

13. Oblicz.

a) $\frac{(3+\sqrt{5})^2 - (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}$

c) $(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{\sqrt{5}+3})^2$

b) $\frac{(1+\sqrt{12})^2 - (2-\sqrt{3})(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{8}-2)(2+2\sqrt{2})}$

d) $(\sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}})^2$

14. Z sześcianu o krawędzi $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ odcięto osiem narożników, które są sześcianami o krawędzi $\sqrt{3} - \sqrt{2}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły.

15. Wykonaj działania. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

a) $(x+1)^2 - (x-1)^2 + (x+2)^2 + (2-x)^2$

b) $2(3+x)^2 - (2-x)^2 - 3(2-x)(2+x)$

c) $(4x-3y)(4x+3y) - 2(4x+3y)^2 + 2(3x-4y)^2$

16. Uprość wyrażenie, a następnie oblicz jego wartość dla podanego x .

a) $(\sqrt{2}-x)^2 - (2x^3+1)(2x^3-1)$, $x = \sqrt{2}$

b) $(x+2)^2 - (3x+2)(2-3x) - (\sqrt{3}+x)^2$, $x = \sqrt{3}$

c) $(x-3)^2 + \sqrt{5}(2x+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2x) - (1-x)^2$, $x = -\sqrt{5}$

17. Wyznacz wszystkie pary liczb naturalnych a i b , dla których zachodzi równość:

$$a^2 - b^2 = 24$$

18. Wykaż, że suma kwadratów dwóch kolejnych liczb:

a) naturalnych jest liczbą nieparzystą,

b) nieparzystych nie jest liczbą podzielną przez 4.

19. Wyznacz x , jeżeli:

a) 20% liczby 30 jest równe 30% liczby x , b) 110% liczby 24 jest równe 44% liczby x .

20. Bilet lotniczy z Gdańska do Nowego Jorku kosztuje 3000 zł. Jaka byłaby jego cena, gdyby obecną cenę:

a) podniesiono o 15%, a następnie obniżono o 15%,

b) obniżono o 20%, a następnie podniesiono o 20%,

c) podniesiono o 25%, a następnie obniżono o 20%?

21. W lipcu kostium kąpielowy kosztował 80 zł, w sierpniu obniżono jego cenę o 12%, a we wrześniu ponownie ją obniżono – tym razem o 10%. Jaka była cena kostiumu po obu obniżkach? Ile kosztowałby ten kostium, gdyby jego cenę obniżono tylko raz o 22%?



Film –
rozwiązanie
zadania



4 min



Kod: EXLGUU
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



2 min



Kod: YKKUU2
app.nowaterazmatura.pl

Zestaw B. Zadania zamknięte

W zadaniach 22–40 wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

22. (0–1)

Dana jest piętnastocyfrowa liczba $211\,111\,111\,111\,1x2$. Jeśli jest ona podzielna przez 12, to cyfrą x jest

- A. 7 B. 5 C. 3 D. 1

23. (0–1)

CKE maj 2019 PP

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

- A. 14 cyfr. B. 15 cyfr. C. 16 cyfr. D. 30 cyfr.

24. (0–1)

Dane są liczby $x = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7^2$ i $y = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$. Jeśli a jest najmniejszą wspólną wielokrotnością liczb x i y , b zaś – ich największym wspólnym dzielnikiem, to iloraz $\frac{a}{b}$ wynosi

- A. 360 B. 180 C. 90 D. 45

25. (0–1)

CKE maj 2021 PP

Różnica $0,(3) - \frac{23}{33}$ jest równa

- A. $-0,(39)$ B. $\frac{39}{100}$ C. $-0,36$ D. $-\frac{4}{11}$

26. (0–1)

CKE marzec 2022 PP

Wartość wyrażenia $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$ jest równa

- A. 6^{600} B. 6^{101} C. 36^{100} D. 36^{600}

27. (0–1)

CKE maj 2024 PP

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

- A. 2^{24} B. 2^{16} C. 2^{12} D. 2^8

28. (0–1)

Równość $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-7} = 3^m$ jest prawdziwa dla

- A. $m = -6$ B. $m = -4$ C. $m = -2$ D. $m = 4$

29. (0–1)

CKE Informator 2024 PP

Wartość wyrażenia $2024 : \left(1 - \frac{1}{2025}\right) - \left(1 - \frac{2025}{2024}\right) : \frac{1}{2024}$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2024 D. 2026

30. (0–1)

Liczba $\frac{0,4^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^{-1} - \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}}{(3^{-1} + 2^{-1}) \cdot 1,2^2}$ jest równa

- A. $-\frac{2}{15}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{4}{15}$

→ Odpowiedzi
s. 150

Liczba podzielna
przez 12 jest
podzielna przez 3
i przez 4.

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

NWW i NWD

$$a^x = a^y, \text{ gdy } x = y$$

Film –
rozwiązanie
zadania



6 min

Kod: H4ZH9P
app.nowaterazmatura.pl



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: 6WVQ76
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

31. (0–1)

Liczba $(3\sqrt{40} - 3\sqrt{160} + 2\sqrt{810}) : 2\sqrt{5}$ jest równa

- A. $12\sqrt{2}$ B. $9\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

32. (0–1)

Wartość wyrażenia $x^2 - 4y^2$ dla $x = 2\sqrt{3} - 1$ i $y = \sqrt{3} - 1$ jest równa

- A. $4\sqrt{3} - 3$ B. $3\sqrt{3} - 3$ C. -3 D. -6

33. (0–1)

CKE maj 2023 PP

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a - 3)^2 - (2a + 3)^2$ jest równe

- A. $-24a$ B. 0 C. 18 D. $16a^2 - 24a$

34. (0–1)

Zaokrąglenie liczby $\sqrt[3]{1\frac{4}{5}} : \sqrt[3]{8\frac{1}{3}}$ do całości jest równe

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

35. (0–1)

Ile procent liczby 6 stanowi 30% liczby 5?

- A. 20% B. 25% C. 36% D. 40%

36. (0–1)

CKE maj 2021 PP

Liczba 78 stanowi 150% liczby c . Wtedy liczba c jest równa

- A. 60 B. 52 C. 48 D. 39

37. (0–1)

Liczba x stanowi 15% liczby 90 i 25% liczby y . Wynika stąd, że liczba y jest równa

- A. 48 B. 54 C. 58 D. 60

38. (0–1)

Cenę pewnego towaru obniżono o 25%, a następnie dwukrotnie podniesiono: najpierw o 20%, a następnie o 10%. Obecna cena tego towaru różni się od ceny początkowej

- A. o 1%. B. o 2%. C. o 4%. D. o 5%.

39. (0–1)

CKE maj 2020 PP

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y . Aby przywrócić cenę x , nową cenę y należy podnieść

- A. o 25%. B. o 20%. C. o 15%. D. o 12%.

40. (0–1)

CKE czerwiec 2019 PP

Liczba dodatnia a jest zapisana w postaci ułamka zwykłego. Jeżeli licznik tego ułamka zmniejszymy o 50%, a jego mianownik zwiększymy o 50%, to otrzymamy liczbę b taką, że

- A. $b = \frac{1}{4}a$ B. $b = \frac{1}{3}a$ C. $b = \frac{1}{2}a$ D. $b = \frac{2}{3}a$

→ Odpowiedzi
s. 150

Zestaw C. Zadania otwarte



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: TQSPK2
app.nowaterazmatura.pl

45. (0–2)

Wykaż, że dla dowolnej nieparzystej liczby naturalnej x liczba $2x^2 + 4x + 10$ jest podzielna przez 8.

46. (0–2) CKE maj 2023 PP

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n + 1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

47. (0–2)

Udowodnij, że jeśli liczba $2n + 13k$, gdzie n i k są liczbami naturalnymi, jest podzielna przez 17, to również liczba $8n + k$ jest podzielna przez 17.

48. (0–2) CKE maj 2024 PP

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

49. (0–1)

Wykaż, że liczba $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 + 4\sqrt{3}$ jest naturalna.

50. (0–1)

Wykaż, że liczba $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ jest wymierna.

51. (0–2)

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego mają długości: $3\sqrt{3} - 1$ i $3 + \sqrt{3}$. Oblicz długość przeciwprostokątnej tego trójkąta.

52. (0–2)

Liczba $a + b\sqrt{2}$, gdzie $a, b \in \mathbb{N}$, spełnia równanie $2x - 5 = \sqrt{2}x - 1$. Wyznacz wartość sumy $a + b$.

53. (0–2)

Wiadomo, że $\frac{1}{a} + a = 14$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1}{\sqrt{a}} + \sqrt{a}$.

54. (0–2) CKE Informator 2024 PP

Dane są liczby $a = \sqrt{5} - 2$ oraz $b = \sqrt{5} + 2$. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\frac{a \cdot b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$$

dla podanych a i b .

55. (0–2) CKE Informator 2024 PP

Dane są dwie liczby x i y , takie że iloraz $\frac{x}{y}$ jest równy $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia

$\frac{x+y}{x}$. Wynik podaj w postaci $\frac{a + \sqrt{b}}{c}$, gdzie a, b, c są liczbami całkowitymi dodatnimi.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

Oblicz:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)^2$$

56. (0-3)

Dane są liczby $x = \frac{3^{11} + 27^4}{4 \cdot 9^4}$ i $y = \sqrt{\sqrt{4\sqrt{81}} + \sqrt{25\sqrt{16}} + \sqrt[3]{\sqrt{64}}}$. Porównaj ze sobą liczby $2x^{-1}$ i y^{-2} .

57. (0-3)

Wyrażenie $(x + 3y)^2 - (x + 3y)(3y - x) - (x - 3y)^2 - y(6x - 9y)$ doprowadź do prostszej postaci, a następnie sprawdź, czy jego wartość dla $x = -\sqrt{2}$ i $y = \frac{1}{3}$ jest liczbą ujemną.

58. (0-3)

Uporządkuj rosnąco podane liczby.

$$a = \sqrt[3]{2\frac{10}{27}} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}, \quad b = -0,5^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}, \quad c = \sqrt[3]{-\left(\frac{8}{3\sqrt{3}}\right)^2}, \quad d = \frac{0,3^{-1} \cdot 0,4^2}{2,5^{-1}}$$

59. (0-3)

Liczby $a = \left(\frac{2^3}{5}\right)^{-1} - 2^{-2} \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^0$ i $b = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2} - 2^{-3} : \sqrt{8\sqrt{64}}$ zapisz w postaci dziesiętnej. Podaj zaokrąglenia liczb a i b z dokładnością do części dziesiętnych.

60. (0-2)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność:

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x + 6y + 13 > 0$$

61. (0-2) CKE maj 2019 PP

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność:

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0$$

62. (0-2) CKE maj 2021 PP

Wykaż, że dla każdego trzech dodatnich liczb a, b i c takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność:

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$$

63. (0-2) CKE czerwiec 2021 PP

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a, b i c takich, że $\frac{a+b}{2} > c$ i $\frac{b+c}{2} > a$, prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{a+c}{2} < b$$

64. (0-2) CKE czerwiec 2019 PP

Wykaż, że dla każdej liczby $a > 0$ i każdej liczby $b > 0$ prawdziwa jest nierówność:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$$

65. (0-4)

Dwa równoległe boki kwadratu wydłużono o 25%, a pozostałe dwa – skrócono o $p\%$. Powstał prostokąt, którego pole jest o 20% większe od pola kwadratu. Oblicz p .



Film –
rozwiązanie
zadania



6 min



56. Kod: 7DRKZ8



5 min

57. Kod: 3P5VGP
app.nowaterazmatura.pl

Film –
rozwiązanie
zadania



4 min

Kod: KQVJVT
app.nowaterazmatura.pl

Film –
rozwiązanie
zadania



3 min

Kod: VRQGXRT
app.nowaterazmatura.pl

4. Funkcja liniowa

Wzory CKE
z wyszarzeniami



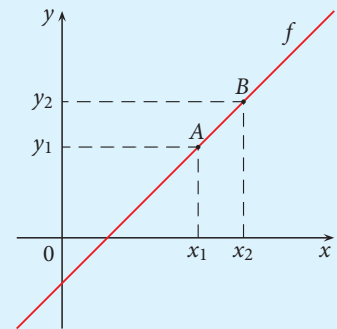
Kod: VPUYC1
app.nowaterazmatura.pl

Funkcją liniową nazywamy funkcję określoną wzorem $f(x) = ax + b$ dla $x \in \mathbb{R}$, gdzie a i b są stałymi.

Wykresem funkcji liniowej jest prosta. Liczbę a nazywamy **współczynnikiem kierunkowym** prostej $y = ax + b$.

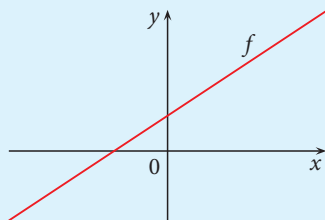
Współczynnik kierunkowy prostej $y = ax + b$ przechodzącej przez dwa różne punkty $A = (x_1, y_1)$ i $B = (x_2, y_2)$ takie, że $x_1 \neq x_2$, jest równy:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

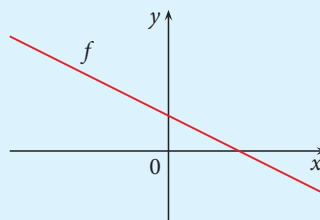


Funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = ax + b$ jest:

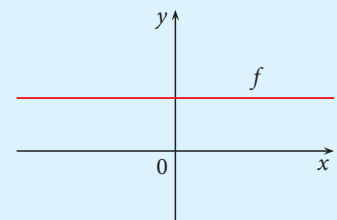
• **rosnąca** dla $a > 0$



• **malejąca** dla $a < 0$



• **stała** dla $a = 0$



Proste $y = a_1x + b_1$ i $y = a_2x + b_2$ są:

• **równoległe** wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 = a_2$

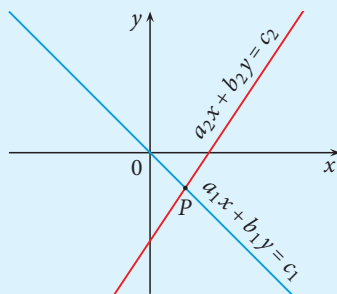
• **prostopadłe** wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1 \cdot a_2 = -1$

Układ równań liniowych

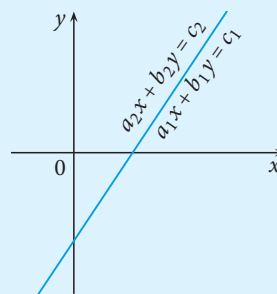
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

nazywamy:

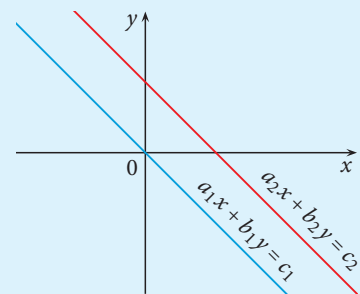
- **oznaczonym**, gdy ma dokładnie jedno rozwiązanie,
- **nieoznaczonym**, gdy ma nieskończenie wiele rozwiązań,
- **sprzecznym**, gdy nie ma rozwiązań.



Układ oznaczony – proste opisane równaniami tego układu przecinają się w jednym punkcie.



Układ nieoznaczony – oba równania opisują tę samą prostą.



Układ spreczny – proste opisane równaniami tego układu są równoległe i się nie pokrywają.

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

- Podaj argumenty, dla których funkcja f przyjmuje wartości nieujemne. Oblicz pole figury ograniczonej wykresem tej funkcji i osiami układu współrzędnych.
 - $f(x) = 6x + 3$
 - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 4$
 - $f(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$
- Wyznacz współczynnik b we wzorze funkcji f , jeżeli wiadomo, że:
 - miejszem zerowym funkcji $f(x) = 3x + b$ jest 2,
 - wykreś funkcji $f(x) = 3x + b$ przechodzi przez punkt $(1, 2)$.
- Dla jakich wartości współczynnika b funkcja liniowa $f(x) = 2x + b$:
 - dla argumentu 3 przyjmuje wartość większą od 4,
 - ma miejsce zerowe mniejsze od 2?
- Wyznacz zbiór argumentów, dla których funkcja $f(x) = -2x + 3$ przyjmuje wartości należące do podanego przedziału.
 - $(-3; 5]$
 - $(-5\frac{1}{3}; \frac{1}{2})$
 - $[1 - 2\sqrt{2}; 0]$
- Wyznacz wzór funkcji liniowej f , która spełnia podane warunki.
 - $f(\frac{1}{3}) = 3$ i $f(-\frac{2}{3}) = 0$
 - $f(\sqrt{2}) = 6$ i $f(2) = 6$
- Wyznacz równanie prostej AB . Sprawdź, czy należy do niej punkt C .
 - $A = (-2, 6)$, $B = (2, -2)$, $C = (5, 8)$
 - $A = (-1, 7)$, $B = (-9, -1)$, $C = (1, 9)$
- Określ monotoniczność funkcji f .
 - $f(x) = (1 - \sqrt{3})x + 1$
 - $f(x) = (3 - 2\sqrt{2})x + 4$
- Określ monotoniczność funkcji f dla $m = -2$, $m = -1$ i $m = 0$.
 - $f(x) = (-3 - \frac{3}{2}m)x - 7$
 - $f(x) = (\sqrt{3}m + 3)x + 2$
- Wyznacz wzór funkcji liniowej g , której wykreś przechodzi przez punkt P i jest równoległy do wykresu funkcji f . Oblicz $g(-6)$.
 - $f(x) = 3x + 2$, $P = (2, 2)$
 - $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$, $P = (4, 2)$
 - $f(x) = -\sqrt{3}x + 5$, $P = (\sqrt{3}, 0)$
 - $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x - 2$, $P = (-4\sqrt{3}, 1)$
- Wyznacz wartość m , dla której proste k i l są równoległe.
 - $k: y = -2x - 9$, $l: y = 4mx + 1$
 - $k: y = 3mx + 2$, $l: y = (2m - 4)x - 1$
- Udowodnij, że punkty: $A = (-6, 20)$, $B = (15, -8)$, $C = (21, 13)$, $D = (0, 41)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$.
- Wyznacz wartość m , dla której proste k i l są prostopadłe.
 - $k: y = x - 3$, $l: y = 2mx + 2$
 - $k: y = \frac{1}{3}x + 1$, $l: y = (1 - 2m)x + 6$

→ Odpowiedzi
s. 162Film –
rozwiązanie
zadania

4 min

Kod: H1ZUTS
app.nowaterazmatura.plFilm –
rozwiązanie
zadania

6 min

Kod: AL3CAW
app.nowaterazmatura.plFunkcja monotoniczna:
rosnąca, malejąca,
stała, nierosnąca,
niemalejąca.Film –
rozwiązanie
zadania

1 min

Kod: QLQVLK
app.nowaterazmatura.plFilm –
rozwiązanie
zadania

2 min

Kod: DTMV3G
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

x_0 jest miejscem zerowym funkcji f , gdy $f(x_0) = 0$.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

13. Dla jakiej wartości a miejscem zerowym funkcji f jest liczba x_0 ?

a) $f(x) = (1+a)x + 2$, $x_0 = 4$

c) $f(x) = (a + \sqrt{2})x - 2$, $x_0 = \sqrt{2}$

b) $f(x) = (3a - 2)x - 10$, $x_0 = -2$

d) $f(x) = (\sqrt{3} - 3a)x - 18$, $x_0 = 3\sqrt{3}$

14. Określ monotoniczność funkcji $f(x) = ax + b$, jeśli liczba a spełnia podane równanie.

a) $\sqrt{5}a - 5 = \sqrt{5} + 5$

c) $2a + \sqrt{3}a = 2$

b) $1 - 2\sqrt{5}a = 3\sqrt{5}$

d) $3a - \sqrt{3}a = \sqrt{3} + 3$

15. Wyznacz miejsce zerowe funkcji $f(x) = -2x + b$, jeśli liczba b spełnia podane równanie.

a) $(b+5)(5-b) = 5b - b^2$

c) $(b+3)(b-3) = b(b+9) - 3(b+1)$

b) $(\sqrt{2}-b)^2 - (b-2\sqrt{2})^2 = -6$

d) $(\frac{1}{2}b+2)(2-\frac{1}{2}b) + (1+\frac{1}{2}b)^2 = 0$

16. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2x + 1$, jeśli wiadomo, że jej dziedziną jest zbiór tych liczb rzeczywistych x , które spełniają podaną nierówność.

a) $(2x-3)(3+2x) \leq (2x-1)^2$

c) $(3x+5)^2 < 9(x-2)^2$

b) $(2\sqrt{3}-x)^2 \geq (x-3\sqrt{3})^2$

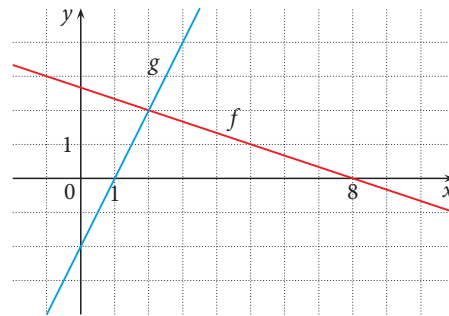
d) $3 < -4(3-x)^2 - (2x+3)(3-2x)$

17. Na rysunku przedstawiono wykresy funkcji liniowych f i g .

a) Wyznacz wzór funkcji g i oblicz $g(-49)$.

b) Wyznacz wzór funkcji f i oblicz pole trójkąta ograniczonego wykresem funkcji f i osiami układu współrzędnych.

c) Dla jakich argumentów funkcje f i g jednocześnie przyjmują wartości dodatnie?



18. Rozwiąż układ równań graficznie i algebraicznie.

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - 2y = -3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = 5 \\ x - 2 = 4 + 2y \end{cases}$$

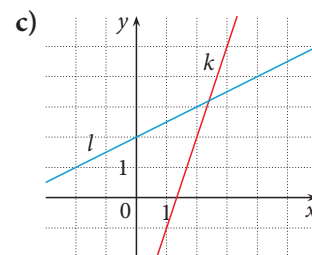
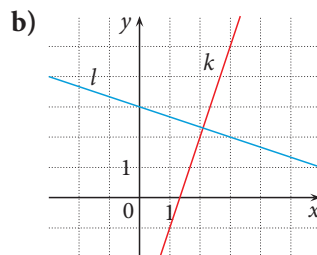
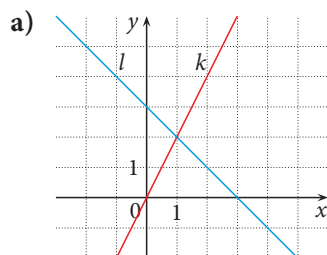
e)
$$\begin{cases} y = \frac{x-2y+4}{3} \\ y+3 = 4x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 0,5x + 0,75y = 2 \\ 0,25y = 3 + x \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ y + 2 = \frac{3(1-x)+4}{2} \end{cases}$$

19. Podaj równania prostych k i l oraz współrzędne punktu ich przecięcia.



Film –
rozwiązanie
zadania



7 min



Kod: A66F9L
app.nowaterazmatura.pl

20. Oblicz pole figury ograniczonej wykresami funkcji f i g .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} -2 & \text{dla } x < 4 \\ x-6 & \text{dla } x \geq 4 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} 2 & \text{dla } x \leq -5 \\ -2x-8 & \text{dla } x > -5 \end{cases}, \quad g(x) = -\frac{2}{3}x - 4$$

21. Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej jest równa 8. Jeżeli cyfry w tej liczbie zamienimy miejscami, to otrzymamy liczbę o 18 większą. Wyznacz liczbę początkową.

22. Suma cyfr pewnej liczby dwucyfrowej jest równa 12. Jeżeli od jej cyfry dziesiątek odejmiemy 6, a do cyfry jedności dodamy 6, to otrzymamy liczbę złożoną z tych samych cyfr, ale ustawionych w odwrotnej kolejności. Wyznacz liczbę początkową.

23. a) Sławek jest o 5 lat starszy od Janka. Dziesięć lat temu Sławek był dwa razy starszy od Janka. Ile lat ma każdy z nich?

b) Sześć lat temu Basia miała 25% lat mniej niż Ania. Teraz Ania i Basia mają razem 33 lata. Ile lat ma każda z nich?

24. Marysia i Bogdan są małżeństwem od 24 lat, w dniu ślubu mieli razem 54 lata. Za rok Marysia będzie dokładnie dwa razy starsza niż w dniu ślubu. Ile lat ma teraz Marysia, a ile – Bogdan?

25. Rok temu Beata miała dwa razy mniej lat, niż będzie miała Alina za 9 lat. Za 6 lat Beata będzie miała dwa razy więcej lat, niż Alina miała 7 lat temu. Podaj wiek każdej z dziewcząt.

26. Gosia rozpoczyna pracę w kwiaciarni. Zaproponowano jej stawkę dzienną w wysokości 40 zł, plus 1,50 zł za każdy sprzedany bukiet kwiatów. Podaj wzór opisujący wysokość tygodniowej pensji y Gosi (za 5 dni pracy) w zależności od liczby sprzedanych bukietów x . Oblicz, ile bukietów musiałaby sprzedać w ciągu 5 dni, aby zarobić w tym czasie 425 zł.

27. Funkcja $k(x) = 1000 + 20x$ opisuje koszty (w złotych), jakie dziennie ponosi firma produkująca plecaki. 1000 zł to koszt stały, 20 zł to koszt wyprodukowania jednego plecaka, x – liczba plecaków. Funkcja $p(x) = 130x$ opisuje dzienny przychód ze sprzedaży x plecaków. Ile plecaków dziennie należy wyprodukować – przy założeniu, że wszystkie zostaną sprzedane – aby dzienny zysk był większy od 5000 zł?



Film –
rozwiązanie
zadania



4 min



Kod: MJ41G2
app.nowaterazmatura.pl

*Liczbę dwucyfrową
o kolejnych cyfrach
a i b można zapisać
w postaci $10a + b$.*



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: Y94J4N
app.nowaterazmatura.pl

→ Odpowiedzi
s. 163

Zestaw B. Zadania zamknięte

W zadaniach 28–40 wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

28. (0–1)

Do wykresu funkcji $f(x) = -\frac{4}{3}x - 4$ nie należy punkt

- A. $(-3, 0)$ B. $(-\frac{3}{4}, -3)$ C. $(1\frac{1}{8}, -7)$ D. $(6\frac{3}{4}, -13)$

29. (0–1)

Jeśli wykres funkcji $f(x) = -3x - 2b$ przecina oś y w punkcie, którego rzędna jest równa 6, to wykres funkcji $g(x) = 2x + \frac{1}{3}b$ przecina oś y w punkcie, którego rzędna jest równa

- A. -1 B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 2

30. (0–1)

Funkcja $f(x) = -3x + 1$ przyjmuje wartości należące do przedziału $[4; 10]$ dla wszystkich argumentów należących do przedziału

- A. $[-10; -4]$ B. $[-9; -3]$ C. $[-3\frac{1}{3}; -1\frac{1}{3}]$ D. $[-3; -1]$

31. (0–1) CKE maj 2024 PP

Funkcje liniowe f oraz g , określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe. Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

- A. $-\frac{7}{2}$ B. $-\frac{2}{7}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{7}{2}$

32. (0–1) CKE czerwiec 2023 PP

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$. Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

- A. -4 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{4}{7}$

33. (0–1) CKE maj 2021 PP

Proste o równaniach $y = 3x - 5$ oraz $y = \frac{m-3}{2}x + \frac{9}{2}$ są równoległe, gdy

- A. $m = 1$ B. $m = 3$ C. $m = 6$ D. $m = 9$

34. (0–1) CKE maj 2024 PP

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$. Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

- A. $(-\infty; 1)$ B. $(-\infty; -\frac{3}{2})$ C. $(1; \infty)$ D. $(\frac{3}{2}; \infty)$

35. (0–1) CKE czerwiec 2023 PP

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych

$$f(x) = (2m + 3)x + 5 \quad \text{oraz} \quad g(x) = -x$$

nie mają punktów wspólnych dla

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Punkt $P = (x_p, y_p)$
należy do wykresu
funkcji f , jeżeli
 $f(x_p) = y_p$.

36. (0–1)

Prosta prostopadła do prostej o równaniu $y = 2x - 4$ jest opisana równaniem

- A. $2x - y - 3 = 0$ B. $2x + y - 3 = 0$ C. $\frac{1}{2}x - y - 3 = 0$ D. $\frac{1}{2}x + y - 3 = 0$

37. (0–1)

Funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie wyłącznie dla argumentów większych od 3, a jej wykres przechodzi przez punkt $(2, -4)$. Wynika z tego, że pole trójkąta ograniczonego wykresem tej funkcji i osiami układu współrzędnych jest równe

- A. 18 B. 12 C. 10 D. 8

$$f(3) = 0$$

$$f(2) = -4$$

38. Wykres funkcji liniowej $f(x) = ax + 2$ przechodzi przez punkt $(1, 4)$, a funkcja g jest dana wzorem $g(x) = f(x - 2)$.

38.1. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji g jest liczba

- A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

38.2. (0–1)

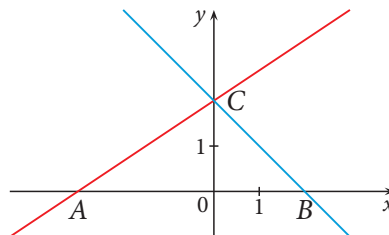
Funkcja g przecina oś y w punkcie

- A. $(-2, 0)$ B. $(0, -2)$ C. $(2, 0)$ D. $(0, 2)$

39. (0–1) CKE lipiec 2020 PP

Boki trójkąta ABC są zawarte w prostych o równaniach $y = \frac{2}{3}x + 2$ i $y = -x + 2$ oraz osi x układu współrzędnych (zobacz rysunek). Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 10 B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. $\frac{3}{2}$

40. (0–1) CKE maj 2019 PP

Para liczb $x = 2$ i $y = 2$ jest rozwiązaniem układu równań
$$\begin{cases} ax + y = 4 \\ -2x + 3y = 2a \end{cases}$$
 dla

- A. $a = -1$ B. $a = 1$ C. $a = -2$ D. $a = 2$

41. (0–2) CKE maj 2023 PP

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b , gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowane miejsca.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań oznaczonych literami: oraz

A.
$$\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$$

E.
$$\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$$

F.
$$\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$$

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

Film –
rozwiązanie
zadania

4 min

Kod: D18CEB
app.nowaterazmatura.pl

42. (0–2)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{5}{6}$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x .

Wybierz dwa zdania prawdziwe.

- A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś y w punkcie $P = (0, \frac{2}{3})$.
 B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś y w punkcie $P = (0, -\frac{5}{6})$.
 C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś y w punkcie $P = (0, \frac{2}{3})$.
 D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś y w punkcie $P = (0, -\frac{5}{6})$.
 E. Miejscem zerowym funkcji f jest $x = -\frac{5}{4}$.
 F. Miejscem zerowym funkcji f jest $x = \frac{5}{9}$.
 G. Pole trójkąta ograniczonego przez wykres funkcji f i osie układu współrzędnych jest równe $\frac{25}{48}$.

43. (0–1)

Dane są funkcje liniowe $f(x) = 2x - 1$ oraz $g(x) = -2x - 2$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykresy funkcji f i g przecinają się w punkcie leżącym w III ćwiartce układu współrzędnych.	P	F
Wykresy funkcji f i g są prostymi prostopadłymi.	P	F

Film –
rozwiązanie
zadania

2 min

Kod: SVS234
app.nowaterazmatura.pl

44. (0–1)

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m - 2)x - (m + 1)x + 6$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Funkcja f jest stała dla

A.	$m = -1,$	ponieważ	1.	wartość wyrażenia $2m - 2$ wynosi 0.
B.	$m = 1,$		2.	wartość wyrażenia $m - 3$ wynosi 0.
C.	$m = 3,$		3.	wartość wyrażenia $m + 1$ wynosi 0.

45. (0–1)

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = (2m - 1)x + 6 - m$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla $m = 3$ miejsce zerowe funkcji f jest dodatnie.	P	F
Dla $m = \frac{1}{3}$ funkcja f jest rosnąca.	P	F

Zestaw C. Zadania otwarte

→ Odpowiedzi
s. 163

46. Funkcja $f(x) = -3x - 7$ jest określona w przedziale $[-2; 3]$.

46.1. (0–1)

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wartości funkcji f .

.....

46.2. (0–1)

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej argument, dla którego funkcja f przyjmuje wartość $-\frac{11}{5}$.

.....

47. (0–2)

Wykres funkcji liniowej przechodzi przez punkt $(-2, 4)$. Funkcja przyjmuje wartości ujemne wyłącznie dla argumentów większych od 2. Podaj wzór tej funkcji.

48. (0–2)

Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $2y + 3x - 6 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (-4, 8)$.

49. (0–2) CKE maj 2021 PP

Funkcja liniowa f przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji f .

$$f(x) = ax + b$$

$$f(0) = b$$

50. (0–2)

Wyznacz wartość m , dla której proste $3x - y + 4 = 0$ i $y = \frac{m-1}{2}x + 2$ są prostopadłe.

51. (0–2)

Określ monotoniczność funkcji $f(x) = (4 - \sqrt{2}m)x + 2$ dla $m = \frac{5}{2}\sqrt{2} - 1$.

52. (0–2)

Wykaż, że dla $x = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ funkcja liniowa określona wzorem $f(x) = \sqrt{2}x - 2\sqrt{3}$ przyjmuje wartość całkowitą.

53. (0–2)

Oblicz wartość a , dla której miejscem zerowym funkcji $f(x) = \frac{1-a}{2}x + 2$ jest liczba 4.

54. (0–4)

Dana jest funkcja $f(x) = (2 - a)x + 4$. Wyznacz a , jeśli wiadomo, że:

a) punkt $A = (-2, 6)$ należy do wykresu funkcji f ,

b) wykresy funkcji f oraz $g(x) = -2x + 2$ przecinają oś x w tym samym punkcie.



Film –
rozwiązanie
zadania



3 min



Kod: 85419Y
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE

55. (0–4)

Miejszem zerowym funkcji $f(x) = ax + 2$ jest liczba $\frac{1}{2}$. Wyznacz wzór funkcji f oraz podaj argumenty, dla których wartości funkcji f są mniejsze od wartości funkcji $g(x) = -3x + 4$.

56. (0–4)

Dane są proste $k: y = -\frac{4}{3}x + 5$, $l: y = \frac{4}{3}x + 5$. Napisz równanie prostej m przechodzącej przez punkt $(0, -3)$, równoległej do prostej k . Oblicz pole figury ograniczonej prostymi l i m oraz osią y .

57. (0–4)

Piotr jest bibliofilem i kolekcjonuje książki. Na koniec 2021 r. miał ich 410. Miesięcznie kupuje 7 książek. Funkcja f określa liczbę książek Piotra po n miesiącach, począwszy od stycznia 2022 r. Podaj wzór tej funkcji i oblicz $f(30)$. W którym roku liczba książek w kolekcji Piotra przekroczy 1000?

58. (0–4)

Szkoła Magdy kupiła dla swoich uczniów 90 kanapek za 745 zł. Zależność kosztu od liczby kupionych kanapek można wyrazić pewną funkcją liniową, przy czym koszt dowozu kanapek zawsze jest taki sam i wynosi 25 zł. Podaj wzór tej funkcji i oblicz koszt zakupu 154 kanapek.

59. Odległość między miastami X i Y jest równa 96 km. Tomek i Adam wyjeżdżają na rowerach do miasta Y o tej samej godzinie. Tomek wyrusza z miasta X i jedzie ze stałą szybkością 24 km/h. Adam wyrusza z motelu położonego na trasie między miastami X i Y , jedzie ze stałą szybkością 16 km/h i ma do pokonania trasę o 16 km krótszą.

59.1. (0–2)

Narysuj wykres pokazujący odległość Tomka od miasta Y w zależności od czasu oraz w tym samym układzie współrzędnych – wykres pokazujący odległość Adama od miasta Y w zależności od czasu.

59.2. (0–3)

Po jakim czasie Tomek dogoni Adama? O ile Adam musiałby zwiększyć swoją średnią szybkość, aby Tomek dogonił go dopiero w mieście Y ?



Film –
rozwiązanie
zadania



5 min



Kod: VCT7TX
app.nowaterazmatura.pl

Odpowiedzi i modele rozwiązań

Powtórzenie działań po dziale

1. Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

Rozwiązania
zadań –
zestaw A

Kod: FZPFVV

app.nowaterazmatura.pl

Zestaw A – odpowiedzi

1. a) 654321, 654324, 654327
b) 654320, 654324, 654328
c) 654320, 654325
d) 654320, 654328
e) 654327
2. a) np. $x = \frac{5}{6}$ b) np. $x = \frac{13}{15}$
c) np. $x = \frac{31}{40}$ d) np. $x = \frac{7}{24}$
3. a) $12\sqrt{2}$ b) $18\sqrt{3}$ c) $\sqrt[3]{2}$
d) 8 e) 3,5 f) 6
4. a) $-\frac{11}{30}$ b) $-\frac{5}{4}$ c) $-\frac{1}{6}$ d) -15
5. a) $n = 73$ b) $n = 1025$ c) $n = 5$
6. a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{9}$ c) 0
7. a) $1,32 \cdot 10^{20}$ b) $3 \cdot 10^7$ c) $6 \cdot 10^{-1}$
8. 10
9. a) 1 b) 4 c) 0 d) 3
10. a) $31 - 12\sqrt{3}$ b) $99 + 70\sqrt{2}$ c) 77
d) 16 e) $33 - 18\sqrt{2}$ f) 50
11. a) $2\sqrt{2} + \sqrt{6}$ b) $\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 5$
12. a) $\frac{3(\sqrt{3}+1)}{2}$ b) $\frac{4(3-\sqrt{2})}{7}$
c) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ d) $-6\sqrt{2} - 4\sqrt{6}$
e) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
g) $-7 - 4\sqrt{3}$ h) $\frac{5-3\sqrt{2}}{7}$
13. a) $5 + 2\sqrt{5}$ b) 5 c) 10 d) 2
14. $30 + 12\sqrt{6}$

Rozwiązania
zadań –
zestaw B

Kod: GUXG2D

app.nowaterazmatura.pl

Rozwiązania
zadań –
zestaw C

Kod: MRH9FJ

app.nowaterazmatura.pl

15. a) $2x^2 + 4x + 8$ b) $4x^2 + 16x + 2$
c) $2x^2 + 5y^2 - 96xy$
16. a) $-4x^6 + x^2 - 2\sqrt{2}x + 3; -31$
b) $9x^2 + 4x - 2\sqrt{3}x - 3; 18 + 4\sqrt{3}$
c) $-4\sqrt{5}x^2 - 4x + 8 + 5\sqrt{5}; 8 - 11\sqrt{5}$
17. $a = 7, b = 5$ lub $a = 5, b = 1$
19. a) $x = 20$ b) $x = 60$
20. a) 2932,50 zł b) 2880 zł c) 3000 zł
21. 63,36 zł; 62,40 zł

Zestaw B – odpowiedzi

22. B 23. B 24. B 25. D 26. B 27. B 28. C
29. D 30. A 31. C 32. A 33. A 34. A 35. B
36. B 37. B 38. A 39. A 40. B 41. BD
42.1. C 42.2. E 43. PP 44. FF

Zestaw C – odpowiedzi

51. $2\sqrt{10}$
52. 6
53. 4
54. 1
55. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
56. $2x^{-1} > y^{-2}$
57. jest liczbą ujemną
58. $c < b < a < d$
59. $a = 0,375 \approx 0,4, b = 0,125 \approx 0,1$
65. $p = 4$

Zestaw C – modele rozwiązań zadań otwartych

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania (każdy etap za 1 punkt)
45	Zapisanie liczby $2x^2 + 4x + 10$ dla $x = 2n + 1$, gdzie $n \in \mathbb{N}$: $2(2n + 1)^2 + 4(2n + 1) + 10$
	Przekształcenie wyrażenia do postaci: $8n^2 + 16n + 16 = 8(n^2 + 2n + 2)$ i zapisanie wniosku: Liczba ta jest podzielna przez 8.
46	Zapisanie liczby $(2n + 1)^2 - 1$ w postaci: $4n^2 + 4n$ i przekształcenie jej do postaci: $4n(n + 1)$
	Zauważenie, że jedna z liczb $n, n + 1$ jest parzysta, zatem liczba $4n(n + 1)$ jest podzielna przez 8

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania (każdy etap za 1 punkt)
47	Zauważenie, że jeżeli liczba $2n + 13k$ jest podzielna przez 17, to liczba $4(2n + 13k) = 8n + 52k$ też jest podzielna przez 17
	Zauważenie, że liczba $8n + k = (8n + 52k) - 51k$ jest podzielna przez 17 jako różnica liczb podzielnych przez 17
48	Zapisanie liczby $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$ w postaci: $3n^2 + 6n + 5$
	Zauważenie, że $3n^2 + 6n + 5 = 3(n^2 + 2n) + 5 = 3(n^2 + 2n + 1) + 2$, i zapisanie wniosku: Liczba ta przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.
49	Skorzystanie ze wzoru skróconego mnożenia $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 = 8 - 4\sqrt{3}$ i obliczenie: $(\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 + 4\sqrt{3} = 8$ oraz stwierdzenie, że jest to liczba naturalna
50	Zastosowanie własności pierwiastków oraz wzoru skróconego mnożenia i obliczenie: $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} = \sqrt{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})} = 1$ oraz stwierdzenie, że jest to liczba wymierna
51	Skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa: $c^2 = (3\sqrt{3} - 1)^2 + (3 + \sqrt{3})^2$ gdzie c jest długością przeciwprostokątnej
	Obliczenie długości przeciwprostokątnej: $c = 2\sqrt{10}$
52	Rozwiązanie równania: $x = \frac{4}{2 - \sqrt{2}}$
	Usunięcie niewymierności z mianownika i obliczenie sumy $a + b$: $x = 4 + 2\sqrt{2}$, czyli $a + b = 6$
53	Skorzystanie ze wzoru skróconego mnożenia: $\left(\frac{1}{\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)^2 = \frac{1}{a} + 2 + a$
	Obliczenie wartości wyrażenia: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{a} + a + 2} = \sqrt{16} = 4$
54	Przekształcenie wyrażenia $\frac{ab}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ do postaci ab
	Obliczenie wartości iloczynu ab : $ab = (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1$
55	Zapisanie wyrażenia $\frac{x+y}{x}$ w postaci $1 + \frac{y}{x}$ oraz zapisanie ilorazu $\frac{y}{x} : \frac{y}{x} = \frac{2}{1 + \sqrt{5}}$
	Zapisanie liczby $1 + \frac{2}{1 + \sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$ w wymaganej postaci: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
56	Obliczenie x : $x = 27$ oraz y : $y = 3\sqrt{2}$
	Obliczenie $2x^{-1}$ oraz y^{-2} : $2x^{-1} = \frac{2}{27}$, $y^{-2} = \frac{1}{18}$
	Porównanie liczb i podanie odpowiedzi: $2x^{-1} > y^{-2}$

4. Funkcja liniowa

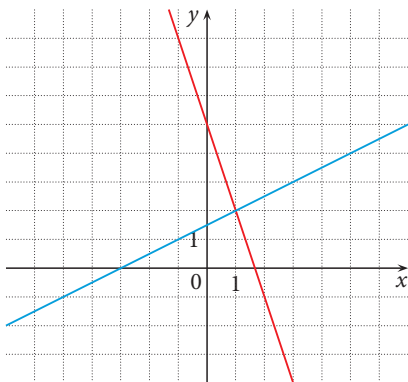
Rozwiązania
zadań –
zestaw A



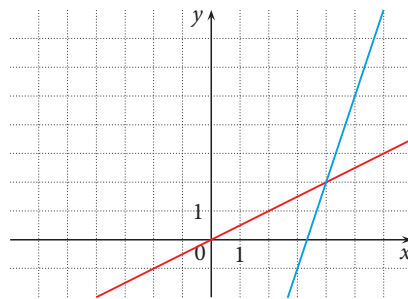
Kod: EVLCLL
app.nowaterazmatura.pl

Zestaw A – odpowiedzi

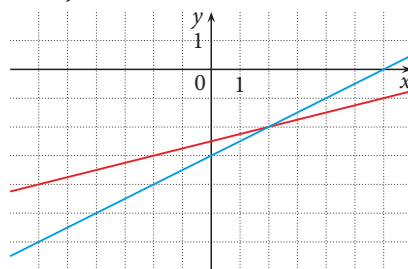
1. a) $f(x) \geq 0$ dla $x \in [-\frac{1}{2}; \infty)$, $P = \frac{3}{4}$
 b) $f(x) \geq 0$ dla $x \in (-\infty; -6]$, $P = 12$
 c) $f(x) \geq 0$ dla $x \in [1; \infty)$, $P = \frac{5}{4}$
2. a) $b = -6$ b) $b = -1$
3. a) $b > -2$ b) $b > -4$
4. a) $[-1; 3)$ b) $(1\frac{1}{4}; 4\frac{1}{6})$ c) $[\frac{3}{2}; 1 + \sqrt{2}]$
5. a) $f(x) = 3x + 2$ b) $f(x) = 6$
6. a) $y = -2x + 2$, nie należy
 b) $y = x + 8$, należy
7. a) malejąca b) rosnąca
8. a) dla $m = -2$ stała,
 dla $m = -1$ i $m = 0$ malejąca
 b) dla $m = -2$ malejąca,
 dla $m = -1$ i $m = 0$ rosnąca
9. a) $g(x) = 3x - 4$, $g(-6) = -22$
 b) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$, $g(-6) = 7$
 c) $g(x) = -\sqrt{3}x + 3$, $g(-6) = 6\sqrt{3} + 3$
 d) $g(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 7$, $g(-6) = -3\sqrt{3} + 7$
10. a) $m = -\frac{1}{2}$ b) $m = -4$
12. a) $m = -\frac{1}{2}$ b) $m = 2$
13. a) $a = -\frac{3}{2}$ b) $a = -1$
 c) $a = 0$ d) $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
14. a), c), d) funkcja rosnąca
 b) funkcja malejąca
15. a) $x_0 = 2,5$ b) $x_0 = 0$
 c) $x_0 = -0,5$ d) $x_0 = -2,5$
16. a) $(-\infty; 6]$ b) $[5\sqrt{3} + 1; \infty)$
 c) $(-\infty; \frac{4}{3})$ d) $(5; \infty)$
17. a) $g(x) = 2x - 2$, $g(-49) = -100$
 b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$, $P = 10\frac{2}{3}$ c) $x \in (1; 8)$
18. a) $x = 1$, $y = 2$



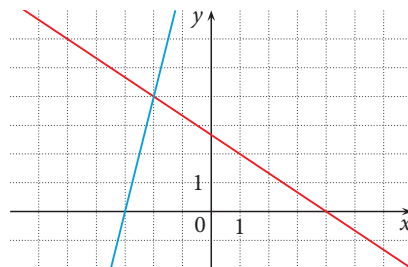
b) $x = 4$, $y = 2$



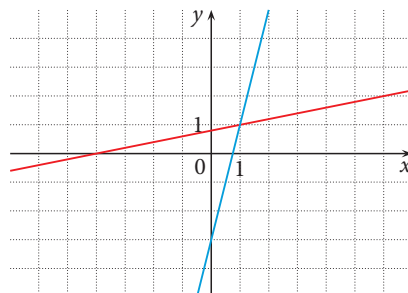
c) $x = 2$, $y = -2$



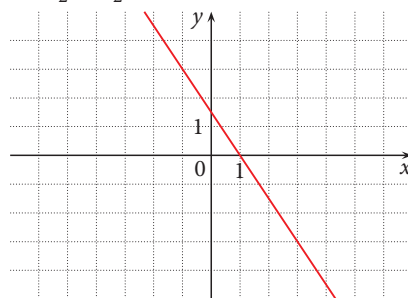
d) $x = -2$, $y = 4$



e) $x = 1$, $y = 1$



f) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$, $x \in \mathbb{R}$



19. a) $k: y = 2x, l: y = -x + 3; (1, 2)$
 b) $k: y = 3x - 4, l: y = -\frac{1}{3}x + 3; (\frac{21}{10}, \frac{23}{10})$
 c) $k: y = 3x - 4, l: y = \frac{1}{2}x + 2; (\frac{12}{5}, \frac{16}{5})$
20. a) 9 b) 8
21. 35
22. 93
23. a) Sławek – 20 lat, Janek – 15 lat
 b) Ania – 18 lat, Basia – 15 lat
24. Marysia – 49 lat, Bogdan – 53 lata
25. Beata – 14 lat, Alina – 17 lat
26. $y = 1,5x + 200, 150$ bukietów
27. co najmniej 55 plecaków

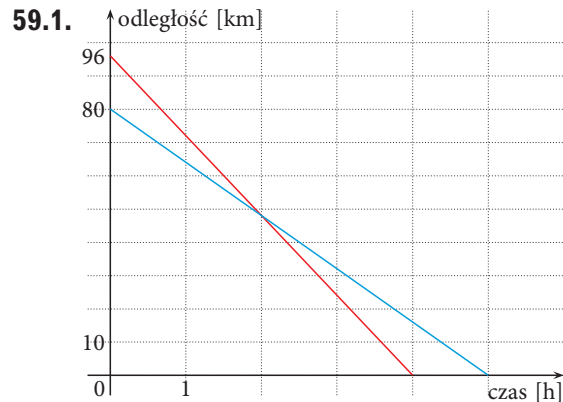
Zestaw B – odpowiedzi

28. C 29. A 30. D 31. D 32. D 33. D 34. D
 35. A 36. D 37. A 38.1. D 38.2. B 39. C
 40. B 41. CE 42. DG 43. PF 44. C2 45. FF

Zestaw C – odpowiedzi

- 46.1. $[-16; -1]$
 46.2. $-\frac{8}{5}$
 47. $f(x) = -x + 2$

48. $y = -\frac{3}{2}x + 2$
49. $f(x) = 3x + 2$
50. $m = \frac{1}{3}$
51. funkcja rosnąca
53. $a = 2$
54. a) $a = 3$ b) $a = 6$
55. $f(x) = -4x + 2, f(x) < g(x)$ dla $x \in (-2; \infty)$
56. $y = -\frac{4}{3}x - 3, P = 12$
57. $f(n) = 7n + 410, f(30) = 620; w 2029 r.$
58. $f(x) = 8x + 25; 1257$ zł



- 59.2. po 2 godzinach; o 4 km/h

Rozwiązania
zadań –
zestaw B



Kod: MBWHMQ
app.nowaterazmatura.pl

Rozwiązania
zadań –
zestaw C



Kod: QR41KA
app.nowaterazmatura.pl

Zestaw C – modele rozwiązań zadań otwartych

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania (każdy etap za 1 punkt)
46.1	Wyznaczenie zbioru wartości funkcji $f: [-16; -1]$
46.2	Wyznaczenie argumentu, dla którego funkcja f przyjmuje wartość $-\frac{11}{5}$: $-\frac{8}{5}$
47	Zauważenie, że wykres funkcji przechodzi przez punkt $(2, 0)$
	Podanie wzoru funkcji: $f(x) = -x + 2$
48	Wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej: $a = -\frac{3}{2}$
	Podanie równania prostej: $y = -\frac{3}{2}x + 2$
49	Wyznaczenie wartości współczynnika b : $b = 2$
	Podanie wzoru funkcji f : $f(x) = 3x + 2$
50	Zapisanie równania: $\frac{m-1}{2} = -\frac{1}{3}$
	Wyznaczenie wartości m : $m = \frac{1}{3}$

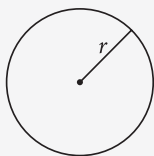
Funkcja kwadratowa

Wzór funkcji kwadratowej ($a \neq 0, x \in \mathbb{R}$):

- w postaci ogólnej: $f(x) = ax^2 + bx + c$,
- w postaci kanonicznej: $f(x) = a(x - p)^2 + q$, gdzie $p = -\frac{b}{2a}, q = -\frac{\Delta}{4a}, \Delta = b^2 - 4ac$,
- w postaci iloczynowej:
 - jeśli $\Delta = 0$, to $f(x) = a(x - x_0)^2$, gdzie $x_0 = -\frac{b}{2a}$ - miejsce zerowe funkcji,
 - jeśli $\Delta > 0$, to $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ - miejsca zerowe funkcji,
 - jeśli $\Delta < 0$, to nie można przedstawić wzoru funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej.

Wykresem funkcji kwadratowej jest parabola o wierzchołku w punkcie (p, q) . Ramiona paraboli skierowane są do góry, gdy $a > 0$, do dołu, gdy $a < 0$.

Okrąg i koło

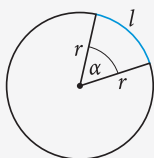


Długość okręgu

$$L = 2\pi r$$

Pole koła

$$P = \pi r^2$$

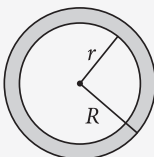


Długość łuku okręgu

$$l = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}$$

Pole wycinka koła

$$P = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

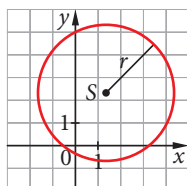


Pole pierścienia kołowego

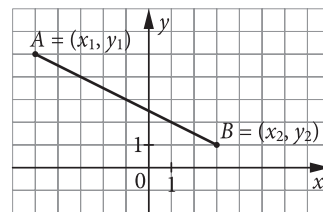
$$P = \pi(R^2 - r^2)$$

Równanie okręgu

Równanie okręgu o środku $S = (a, b)$ i promieniu r ma postać:
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$



Długość odcinka. Środek odcinka



S - środek odcinka AB

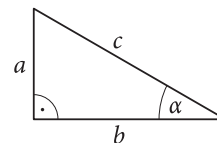
$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad S = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Funkcje trygonometryczne kąta ostrego

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$



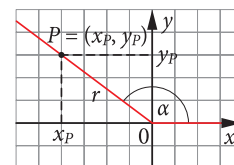
Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego

$r = |OP| = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$ - promień wodzący punktu P

$$\sin \alpha = \frac{y_p}{r}$$

$$\cos \alpha = \frac{x_p}{r}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_p}{x_p}, x_p \neq 0$$



Wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Wybrane wzory redukcyjne

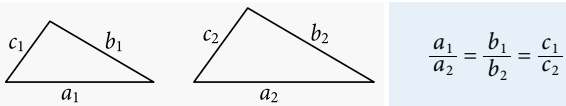
- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$
- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$

Związki między funkcjami trygonometrycznymi ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$)

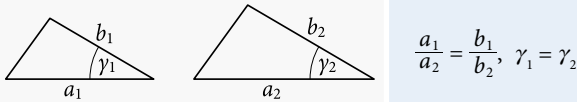
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \alpha \neq 90^\circ$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Cechy podobieństwa trójkątów

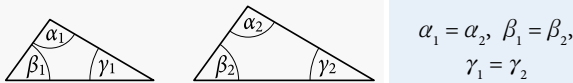
cecha bok-bok-bok



cecha bok-kąt-bok



cecha kąt-kąt-kąt



Pola powierzchni i objętości brył

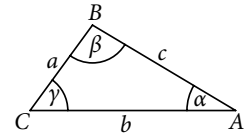
Bryła	Pole powierzchni	Objętość
Gnaniostup		
	$P_c = P_b + 2P_p$	$V = P_p \cdot H$
Prostopadłościan		
	$P_c = 2(ab + ac + bc)$	$V = abc$
Sześcian		
	$P_c = 6a^2$	$V = a^3$
Ostrosłup		
	$P_c = P_b + P_p$	$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$
Walec		
	$P_b = 2\pi rH$ $P_c = 2\pi r(r + H)$	$V = \pi r^2 H$
Stożek		
	$P_b = \pi r l$ $P_c = \pi r(r + l)$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H$
Kula		
	$P = 4\pi R^2$	$V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Twierdzenie cosinusów

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$



Pole trójkąta i pola czworokątów

Figura	Pole
Trójkąt	
	$P = \frac{1}{2} ah$
R – promień okręgu opisanego na trójkącie r – promień okręgu wpisanego w trójkąt	$P = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$ $P = \frac{abc}{4R}$ $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$
Kwadrat	
	$P = a^2$ $P = \frac{1}{2} d^2$
Równoległobok	
	$P = ah$ $P = ab \sin \alpha$
Romb	
	$P = ah$ $P = \frac{ AC \cdot BD }{2}$ $P = a^2 \sin \alpha$
Trapez	
	$P = \frac{a+b}{2} \cdot h$
Deltoid	
	$P = \frac{ AC \cdot BD }{2}$

Parametry statystyczne

- Średnia arytmetyczna n liczb x_1, x_2, \dots, x_n :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

- Średnia ważona liczb x_1, x_2, \dots, x_n o nieujemnych wagach odpowiednio a_1, a_2, \dots, a_n :

$$\bar{x}_w = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$



I wiesz, jak zdać maturę

ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH

ćwiczenie rozwiązywania zadań maturalnych oraz zadań CKE



VADEMECUM

powtarzanie wiadomości
połączone z rozwiązywaniem
zadań różnego typu



ARKUSZE MATURALNE

rozwiązywanie arkuszy maturalnych dopasowanych do matury

CYFROWE WSPOMAGANIE NAUKI

- **APLIKACJA** – materiały cyfrowe zintegrowane z Vademecum, Zbiorem zadań maturalnych i Arkuszami maturalnymi, ułatwiające przygotowania do egzaminu app.nowaterazmatura.pl
- **SERWIS MATURALNY** – wszystkie niezbędne informacje o maturze nowaterazmatura.pl



Nowa Era Sp. z o.o.

www.nowaera.pl nowaera@nowaera.pl

Centrum Kontakt: 58 721 48 00

ISBN 978-83-267-5318-3



9 788326 753183