Przepływy z przykładu 2.3 zilustrowano z wykorzystaniem osi czasu na rysunku 2.6. Zadanie rozwiążemy na dwa różne sposoby. W każdym przyjmiemy założenie, że na naszym rachunku odsetki są kapitalizowane na koniec roku. Zatem każdej z wpłat dokonamy na moment tuż po kapitalizacji odsetek. W pierwszym sposobie prześledzimy, co się dzieje na rachunku w każdym roku. Drugi sposób *de facto* sprowadzi się do tego samego, jednak kwoty znajdujące się na rachunku będą zapisywane w nieco odmienny sposób, który pozwoli uogólnić rozważania i wyprowadzić wzór. Prześledźmy zatem, co się dzieje na rachunku w kolejnych latach.

Rok 1:

W pierwszym roku na rachunku nic się nie dzieje, poza tym, że na koniec roku (czyli z dzisiejszej perspektywy za rok) wpłacamy 500 zł. Od tej kwoty nie narastają odsetki, ponieważ kwota ta pojawiła się na rachunku na sam koniec roku. Zatem saldo rachunku na koniec pierwszego roku wynosi 500 zł.

Rok 2:

W drugim roku narastają odsetki od kwoty, która znajdowała się na rachunku na koniec poprzedniego roku, czyli 500 zł; wynoszą one 5% · 500 zł = 25 zł. Po skapitalizowaniu odsetek dokonujemy wpłaty 750 zł, więc na rachunku znajduje się kwota:

kwotowo: 500 zł + 25 zł + 750 zł = 1275 zł	*alternatywny zapis:* 500 zł + 5% · 500 zł + 750 zł = = 500 zł · (1 + 5%) + 750 zł

Rok 3:

Odsetki w trzecim roku nalicza się od kwoty znajdującej się na rachunku na koniec drugiego roku, czyli 1275 zł; wynoszą 5% · 1275 zł = 63,75 zł. Po doliczeniu odsetek do salda rachunku dopłacamy kolejne 1000 zł, w związku z czym na koniec roku na rachunku dysponujemy kwotą:

kwotowo: 1275 zł + 63,75 zł + 1000 zł = = 2338,75 zł	*alternatywny zapis:* $\left[500 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 750 \text{ zł}\right] +$ $+5\% \cdot \left[500 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 750 \text{ zł}\right] + 1000 \text{ zł}$

Zatem wartość przyszła trzech wpłat, których dokonamy na koniec każdego z trzech lat, wynosi 2338,75 zł. Sposób rozwiązania pokazywany po lewej stronie nie pozwala na uogólnienie rozważań, dlatego wykorzystamy alternatywny zapis prezentowany po prawej stronie. W tym wypadku kwota znajdująca się na rachunku na koniec trzeciego roku (2338,75 zł) została zapisana jako [500 zł · (1 + 5%) + 750 zł] + 5% · [500 zł · (1 + 5%) + 750 zł] + 1000 zł. Stosując przekształcenia, dochodzimy do postaci, którą można przełożyć wprost na wzór, który wykorzystuje się do obliczania wartości przyszłej regularnych przepływów pieniężnych. Prześledźmy:

$$FV = [500 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 750 \text{ zł}] + 5\% \cdot [500 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 750 \text{ zł}] + 1000 \text{ zł} =$$
$$= [500 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 750 \text{ zł}] \cdot (1+5\%) + 1000 \text{ zł} =$$
$$= 500 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^2 + 750 \text{ zł} \cdot (1+5\%) + 1000 \text{ zł}.$$

Zatem w naszym przykładzie $FV = 500$ zł $\cdot$ $(1 + 5\%)^2 + 750$ zł $\cdot$ $(1 + 5\%) +$ $+ 1000$ zł. Na pierwszy rzut oka trudno sobie wyobrazić, w jaki sposób można by było zapisać to wyrażenie za pomocą symboli matematycznych. Warto jednak przyjrzeć się temu wyrażeniu nieco dokładniej. Dostrzeżemy wtedy, że jest to suma trzech składników, z których każdy zawiera te same elementy:
– wartość przepływu w danym roku,
– mnożenie przez wyrażenie $(1 + r)$,
– podniesione do kolejnej potęgi.

Pozornie nie przy każdej wartości przepływu znajduje się wyrażenie $(1 + r)$, tym bardziej podniesione do jakiejś potęgi. Jeżeli jednak zapiszemy nasze wyrażenie jako:

$$FV = 500 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^2 + 750 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^1 + 1000 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^0,$$

to z matematycznego punktu widzenia wyrażenie będzie takie samo, a każdy składnik sumy zawiera te same elementy. Jeżeli kolejne wpłaty oznaczymy jako CF_t (ang. *cash flow*, przepływ pieniężny), gdzie t oznacza moment, w którym dokonaliśmy wpłaty, możemy zapisać **wzór na wartość przyszłą regularnych przepływów pieniężnych**:

$$FV = \sum_{t=0}^{T} CF_t (1+r)^{n-t}. \qquad (2.11)$$

Wzór (2.11) wymaga komentarza. Przede wszystkim, obliczając wartość przyszłą regularnych przepływów pieniężnych, *de facto* obliczamy wartości przyszłe każdego przepływu z osobna, a następnie sumujemy. Wyrażenie $n - t$ znajdujące się w potędze odzwierciedla liczbę lat, która upłynie od momentu wystąpienia danego przepływu (t) do momentu, na który liczymy wartość przyszłą (n). Przy obliczaniu wartości przyszłej regularnych przepływów uwzględniamy wszystkie przepływy, które wystąpią od dzisiaj ($t = 0$) do momentu T, czyli wystąpienia ostatniego przepływu (zazwyczaj $n = T$). W przykładzie 2.3

powinny wystapić zatem cztery składniki sumy ($t = 0$, $t = 1$, $t = 2$ oraz $t = 3$), a w naszym wyrażeniu zapisanym wyżej mamy tylko trzy. Czy to oznacza, że popełniliśmy błąd? W żadnym wypadku. Czwarty składnik sumy jest obecny w naszym wyrażeniu, ale nie jest widoczny, ponieważ dla $t = 0$ przepływ pieniężny nie występuje, co można zapisać jako $CF_0 = 0$. Zatem pełne wyrażenie wygląda następująco:

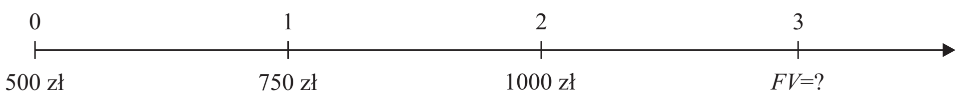
$$FV = 0 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^3 + 500 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^2 + 750 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^1 + 1000 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^0$$

i jest tożsame z tym, co zapisaliśmy wcześniej. Jest to równocześnie najpełniej rozpisany wzór (2.11) dla przykładu 2.3.

W przykładzie 2.3 każda wpłata następuje pod koniec roku. Czy gdyby wpłaty następowały nie na koniec, ale na początek roku, wzór (2.11) nie miałby zastosowania? W żadnym razie. Owszem, wartość przyszła uległaby zmianie, ale sposób jej obliczania już nie. Przeanalizujmy poniższy przykład.

Przykład 2.4

Na początek każdego z trzech najbliższych lat planujesz odkładać na swoim rachunku oszczędnościowym kwoty 500 zł, 750 zł oraz 1000 zł. Jaką kwotą będziesz dysponować za trzy lata, jeżeli Twój rachunek jest oprocentowany w wysokości 5%?



Rysunek 2.7. Schemat przepływów z przykładu 2.4

Warunki przykładu 2.4 zilustrowano z wykorzystaniem osi czasu na rysunku 2.7. Jak można zauważyć, od przykładu 2.3 ten różni się tym, że każda wpłata następuje rok wcześniej. Na przykład, wpłata 500 zł zamiast w momencie $t = 1$ występuje w momencie $t = 0$. Obliczmy zatem wartość przyszłą regularnych przepływów pieniężnych danych w tym przykładzie. Po rozpisaniu wzoru (2.11) otrzymujemy, co następuje:

$$FV = 500 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^3 + 750 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^2 + 1000 \text{ zł} \cdot (1+5\%)^1 =$$
$$= 578{,}81 \text{ zł} + 826{,}88 \text{ zł} + 1050 \text{ zł} = 2455{,}69 \text{ zł}.$$

Zatem inaczej niż w przykładzie 2.3, w tym przykładzie każda z wpłaconych kwot przynosiła odsetki o rok dłużej (co przejawia się wartościami potęg wyższymi o 1). Co za tym idzie, wartość przyszła w przykładzie 2.4 jest $(1 + r)$ razy wyższa od wartości przyszłej z przykładu 2.3. Powyższe wyrażenie pozwala również nieco lepiej dostrzec fakt, że w wypadku regularnych przepływów pieniężnych obliczamy wartości przyszłe każdego przepływu z osobna, a następnie sumujemy. Kwoty 578,81 zł, 826,88 zł oraz 1050 zł są wartościami przyszłymi (na moment za trzy lata od dziś) wpłat, których dokonamy odpowiednio dzisiaj ($t = 0$), za rok ($t = 1$) i za dwa lata ($t = 2$).

2.3.2. Wartość bieżąca regularnych przepływów pieniężnych

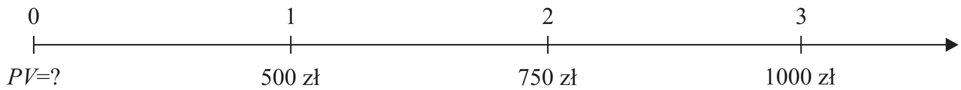
Wartość bieżąca regularnych przepływów pieniężnych odzwierciedla z dzisiejszej perspektywy wartość kilku kwot pieniężnych, jakie mamy otrzymać lub zapłacić w określonych momentach w przyszłości. Oznacza to, że wartość bieżąca informuje nas o postrzeganiu wartości prawa do otrzymania w przyszłości określonych kwot pieniędzy. Zagadnienie to pozwala zatem odpowiedzieć między innymi na następujące pytania:

- Jaką kwotę muszę umieścić dzisiaj na rachunku oszczędnościowym, aby w określonych momentach w przyszłości wypłacać określone kwoty?
- Jaka jest dzisiejsza równowartość przepływów pieniężnych, które otrzymam w pewnych momentach w przyszłości?
- Jakiej kwoty powinienem żądać dzisiaj w zamian za zrzeczenie się prawa do otrzymania określonych kwot w przyszłości?
- Jakiej zniżki należałoby oczekiwać za dokonanie płatności dzisiaj zamiast płatności w kilku ratach płatnych w określonych momentach w przyszłości?

Postępowanie przy obliczaniu wartości bieżącej regularnych przepływów pieniężnych jest analogiczne do obliczania ich wartości przyszłej. Przede wszystkim należy przyjąć założenie, że częstotliwość kapitalizacji jest zgodna z częstotliwością dokonywania płatności. Jak pamiętamy, wartość przyszła regularnych przepływów pieniężnych jest sumą wartości przyszłych każdego pojedynczego przepływu. Nie inaczej jest z wartością bieżącą regularnych przepływów, którą również można wyznaczyć, obliczając wartość bieżącą każdego przepływu z osobna, a następnie sumując. Rozważmy zatem następujący przykład.

Przykład 2.5

Na koniec każdego z trzech najbliższych lat planujesz wypłacać ze swojego rachunku oszczędnościowego kwoty 500 zł, 750 zł oraz 1000 zł. Jaką kwotę należy zamieścić na tym rachunku dzisiaj, jeżeli Twój rachunek jest oprocentowany w wysokości 5%?



Rysunek 2.8. Schemat przepływów z przykładu 2.5

Przykład 2.5 zilustrowano z wykorzystaniem osi czasu na rysunku 2.8. Żeby wskazać kwotę, jaką należy dzisiaj zamieścić na rachunku, należy obliczyć wartość bieżącą wszystkich wypłat, których zamierzamy dokonać. Można w tym celu wykorzystać wzór (2.11), podstawiając $n = 0$ (w tym wzorze n oznacza moment, na który liczymy wartość przyszłą). Jeżeli obliczamy wartość na dzisiaj, to jest to wartość bieżąca. Otrzymujemy zatem następujące równanie:

$$PV = \sum_{t=0}^{T} CF_t \left(1+r\right)^{-t}, \tag{2.12}$$

które po przekształceniu daje nam **wzór na wartość bieżącą regularnych przepływów pieniężnych**:

$$PV = \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{\left(1+r\right)^t}. \tag{2.13}$$

Wzór (2.12) potwierdza, że wartość bieżąca regularnych przepływów pieniężnych jest sumą wartości bieżących każdego przepływu z osobna. Po rozpisaniu wzoru (2.12) dla przykładu 2.5 otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$PV = \frac{500 \text{ zł}}{\left(1+5\%\right)^1} + \frac{750 \text{ zł}}{\left(1+5\%\right)^2} + \frac{1000 \text{ zł}}{\left(1+5\%\right)^3} =$$
$$= 476{,}19 \text{ zł} + 680{,}27 \text{ zł} + 863{,}84 \text{ zł} = 2020{,}30 \text{ zł}.$$

Kwoty 476,19 zł, 680,27 zł oraz 863,48 zł są wartościami bieżącymi kolejnych wypłat, które będziemy realizowali, i wskazują, ile pieniędzy należy wpłacić dzisiaj, aby za rok, dwa i trzy lata móc wypłacić odpowiednio kwoty 500 zł, 750 zł oraz 1000 zł. Traktując poszczególne wypłaty jako serię przepływów, sumujemy kwoty, które należy dzisiaj wpłacić, aby móc tych wypłat dokonać, i uzyskujemy wartość bieżącą serii regularnych przepływów pieniężnych.

Podobnie jak w przypadku wartości przyszłej regularnych przepływów pieniężnych, również w przypadku obliczania wartości bieżącej regularnych przepływów nie ma znaczenia to, czy przepływy te występują na początku, czy na końcu okresu. Zawsze można stosować wzór (2.13). Różnica polega na tym, że zmienia się moment, w którym dany wydatek lub wpływ nastąpią. Przeanalizujmy to na poniższym przykładzie.

Przykład 3.2 – kontynuacja

Dowiedzieliśmy się także, że czas trwania tych inwestycji jest następujący:
Inwestycja A: 3 miesiące.
Inwestycja B: 4 miesiące.
Którą inwestycję należy wybrać?

Ponieważ czas trwania poszczególnych inwestycji jest różny, to porównywanie ich stóp zwrotu w horyzoncie inwestycji byłoby nieprawidłowe. Można by to porównać ze stwierdzeniem, że człowiek jadący 20 m/s porusza się wolniej od kogoś, kto jedzie z prędkością 50 km/h tylko dlatego, że mamy niższą wartość liczbową. Tymczasem, jeżeli sprowadzimy te dwie prędkości do tej samej jednostki, okaże się, że pierwsza osoba porusza się z prędkością 72 km/h, a więc szybciej od tej, która jedzie z prędkością 50 km/h. Żeby zatem móc porównać stopy zwrotu z inwestycji *A* i *B*, należy przeliczyć ich stopy zwrotu dla tego samego okresu (horyzontu inwestycji). Najbardziej uniwersalnym horyzontem jest oczywiście rok, zatem stopy zwrotu w horyzoncie inwestycji musimy „rozciągnąć" do roku, czyli przemnożyć przez liczbę razy, jaką jesteśmy w stanie powtórzyć daną inwestycję w ciągu roku. Liczba ta będzie odwrotnością czasu trwania inwestycji wyrażonego w latach. Jeżeli założymy, że zysków z inwestycji nie możemy reinwestować, uzyskamy następujący **wzór na stopę zwrotu w horyzoncie rocznym (w skali roku)**:

$$r_r = r_i \frac{1}{n}. \tag{3.6}$$

Jeżeli inwestycja *A* trwa 3 miesiące, czyli 1/4 roku, to $n = 1/4$, a $1 / n = 1 / 0{,}25 = 4$. Dla inwestycji B, trwającej 4 miesiące, $n = 1/3$, a $1 / n = 3$. Zatem aby obliczyć stopy zwrotu w horyzoncie rocznym dla naszych inwestycji, należy przemnożyć ich stopy zwrotu w horyzoncie inwestycji odpowiednio przez 4 i 3. Otrzymujemy więc dla inwestycji *A* $r_r = 20\% \cdot 4 = 80\%$, a dla inwestycji *B* $r_r = 25\% \cdot 3 = 75\%$. Naszym ostatecznym wyborem będzie inwestycja *A*, ponieważ cechuje się wyższą stopą zwrotu w horyzoncie inwestycji.

Warto poświęcić jeszcze chwilę na kilka kwestii związanych z szacowaniem oczekiwanego zysku z inwestycji i nakładu. Dość łatwo sobie wyobrazić, że zyskiem z inwestycji jest różnica pomiędzy kwotą, którą uzyskamy na jej końcu, a kwotą zainwestowaną dzisiaj, czyli nakładem. Zwróćmy uwagę, że nakład występuje dzisiaj, czyli jest dla nas określony jako wartość bieżąca (*PV*), z kolei kwota, którą uzyskamy na koniec inwestycji, będzie dana w przyszłości, zatem będzie wartością przyszłą (*FV*). Biorąc to pod uwagę, oczekiwany zysk z inwestycji będzie określony wzorem $zysk = FV - PV$, natomiast $nakład = PV$. W takim wypadku po podstawieniu tych wielkości do wzorów (3.5) i (3.6) otrzymamy następujące wyrażenie:

$$r_r = \frac{1}{n} \cdot \frac{zysk}{nakład} = \frac{1}{n} \cdot \frac{FV - PV}{PV} = \frac{1}{n}\left(\frac{FV}{PV} - \frac{PV}{PV}\right) = \frac{1}{n}\left(\frac{FV}{PV} - 1\right).$$

Powyższe wyrażenie jest tożsame ze wzorem (3.1), który stosowaliśmy do obliczenia stopy procentowej przy założeniu kapitalizacji prostej. Dlatego też wyrażenie (3.6) określa nam wzór na **prostą stopę zwrotu**, czyli stopę zwrotu przy założeniu braku reinwestycji zysków. We wzorze (3.1) zakładaliśmy kapitalizację prostą, czyli brak kapitalizacji w trakcie trwania lokaty. Kapitalizacja jest formą reinwestycji dotychczasowych zysków, ponieważ zarówno przy reinwestycji, jak i przy kapitalizacji kolejne efekty naszej inwestycji narastają nie tylko od początkowo zainwestowanej kwoty, ale również od dotychczas zarobionych pieniędzy. Pokazuje nam to po raz kolejny podobieństwo między stopą procentową a stopą zwrotu. Ze względu na to, że różnice między tymi stopami są niuansowe, w dalszej części rozdziału wyrażenia te będą stosowane zamiennie, chyba że zostanie to wyraźnie zaznaczone.

3.3. Różne oblicza stopy zwrotu

W podrozdziale 3.2 przedstawiono podobieństwa i różnice między stopą zwrotu a stopą procentową, a także zaprezentowano wzór na prostą stopę zwrotu, który jest w zasadzie tożsamy ze wzorem (3.1). Ale co z pozostałymi wzorami prezentowanymi w podrozdziale 3.1? Tymi przypadkami zajmiemy się właśnie w tym podrozdziale, a konkretniej – w pierwszych dwóch punktach. Następnie przejdziemy do omówienia innych zagadnień związanych ze stopą zwrotu.

3.3.1. Efektywna stopa zwrotu

W podrozdziale 3.2 omówiono zagadnienie prostej stopy zwrotu, którą można wyznaczyć dla inwestycji, dla której nie zakładamy reinwestycji zysków. Wzory (3.6) lub (3.1) można w tym wypadku zastosować zarówno dla inwestycji trwających dłużej niż rok, jak i dla inwestycji krótszych niż rok. Ten sam wzór zastosowaliśmy dla przykładu 3.1 i 3.2. Jeżeli założymy możliwość reinwestycji zysków, postępowanie w przypadku tych inwestycji będzie różne w zależności od tego, czy trwają one krócej, czy dłużej niż rok. Niemniej jednak w obydwu wypadkach będziemy mówili o **efektywnej stopie zwrotu** lub **efektywnej stopie procentowej**. Rozważmy po kolei obydwa przypadki.

Efektywna stopa zwrotu – horyzont inwestycji powyżej roku

Gdy inwestycja trwa powyżej roku i zakłada się, że w jej trakcie pojawią się zyski, które można reinwestować, najczęściej przyjmuje się, że do takiej reinwestycji dochodzi raz w roku. Porównać to można z sytuacją, w której mamy roczną kapitalizację na lokacie. Odsetki w każdym kolejnym roku są kapitalizowane, czyli reinwestowane. Rozważmy zatem poniższy przykład.

Przykład 3.3

Nabywasz dzisiaj za kwotę 10 tys. zł obligacje zerokuponowe o trzyletnim terminie do wykupu. Jaką stopę zwrotu zrealizujesz z takiej inwestycji, jeżeli po trzech latach zysk wyniesie 5 tys. zł?

W przykładzie inwestycja trwa ponad rok, zatem zakładamy, że będziemy reinwestować zyski z roczną częstotliwością. Łącznie nasza inwestycja będzie trwała 3 lata, zatem $n = 3$. Nasz początkowy nakład inwestycyjny to 10 tys. zł, czyli $PV = 10\ 000$ zł. Jeżeli w całym trzyletnim horyzoncie inwestycji zarobimy 5 tys. zł, to $FV = 15\ 000$ zł – taką kwotą będziemy dysponowali po trzech latach. Skoro reinwestycja następuje raz w roku, do obliczenia stopy zwrotu możemy wykorzystać wzór (3.2), który tym razem możemy określić jako **wzór na efektywną stopę zwrotu przy inwestycjach trwających dłużej niż rok**:

$$r_{ef} = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1. \tag{3.7}$$

Po podstawieniu wartości z przykładu 3.3 otrzymamy następującą wartość:

$$r = \sqrt[3]{\frac{15\ 000 \text{ zł}}{10\ 000 \text{ zł}}} - 1 = \sqrt[3]{1,5} - 1 = 1,144714 - 1 = 0,144714 \approx 14,47\%.$$

Przeciętna roczna rentowność inwestycji opisanej w przykładzie 3.3 wynosi zatem około 14,47%. Oczywiście, gdybyśmy założyli brak reinwestycji zysków, obliczylibyśmy prostą stopę zwrotu zgodnie ze wzorem (3.6), co dałoby nam wartość $r = (5000 \text{ zł} / 10\ 000 \text{ zł}) / 3 \approx 16,67\%$, co jest wartością wyższą niż w przypadku przyjęcia możliwości reinwestycji. Czy to oznacza, że gdybyśmy nie reinwestowali zysków, zrealizowalibyśmy wyższą stopę zwrotu? W żadnym wypadku. Pokazuje nam to jedynie to, o czym już mówiliśmy w podrozdziale 3.1; mianowicie, że jeżeli dokonujemy kapitalizacji odsetek (reinwestycji zysków), taki sam efekt może być osiągnięty przy niższym oprocentowaniu (lub stopie zwrotu). Powyższe wartości należy czytać następująco:

- jeżeli będziemy reinwestować zyski, to całościowy zysk z inwestycji w kwocie 5 tys. zł w ciągu 3 lat osiągniemy, inwestując przy oczekiwanej rocznej stopie zwrotu 14,47%,
- jeżeli nie będziemy reinwestować zysków, ten sam efekt osiągniemy dopiero wówczas, gdy zainwestujemy w inwestycję, która przynosi roczną stopę zwrotu na poziomie 16,67%.

Na rynku łatwiej jest znaleźć inwestycje przynoszące niższe stopy zwrotu. Takie inwestycje powinny być *ceteris paribus* mniej ryzykowne (zależności między stopą zwrotu a ryzykiem inwestycji jest poświęcony rozdział 5). Reinwestowanie zysków pozwala więc osiągać cele przy mniejszym wysiłku.

Efektywna stopa zwrotu – horyzont inwestycji krótszy niż rok

Jeżeli inwestycja trwa krócej niż rok, chcąc obliczyć efektywną stopę zwrotu, przyjmujemy założenie, że reinwestycja zysków następuje po każdej inwestycji, zatem okres reinwestycji jest zbieżny z okresem trwania inwestycji. Przypomina to kapitalizację częstszą niż raz w roku, zatem do wyznaczenia efektywnej stopy zwrotu lub efektywnej stopy procentowej posłużymy się wzorem (2.3). Przeanalizujmy poniższy przykład.

Przykład 3.4

Bank proponuje lokatę z oprocentowaniem 6% i kwartalną kapitalizacją odsetek. Jaką roczną stopę zwrotu zrealizujesz z tej lokaty?

Powyższy przykład można rozpatrzyć również w pewnej analogii do czterech kwartalnych inwestycji realizowanych jedna po drugiej, przy czym zyski z poprzedniej reinwestujemy. Skoro mamy wyznaczyć stopę zwrotu w rocznym horyzoncie trwania naszej lokaty, to w tym wypadku stopa zwrotu w horyzoncie inwestycji będzie równa stopie zwrotu w ujęciu rocznym, zatem wykorzystamy wzór (3.5). Jak już mówiliśmy, zyskiem z lokaty jest różnica między kwotą otrzymaną na koniec (*FV*), a kwotą początkową (*PV*), która jest jednocześnie naszym nakładem. Wartość przyszłą możemy obliczyć z wykorzystaniem wzoru (2.3) dla $n = 1$ (roczny horyzont inwestycji), co da nam wyrażenie:

$$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m .$$

Oczywiście w naszym przykładzie r = 6%, a m = 4. Podstawiając powyższe wyrażenie do wzoru (3.5), otrzymujemy:

$$r = \frac{zysk}{nakład} = \frac{FV - PV}{PV} = \frac{PV \cdot \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - PV}{PV} = \frac{PV \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1\right]}{PV},$$

co po skróceniu da nam **wzór na efektywną stopę procentową**:

$$r_{ef} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1. \tag{3.8}$$

Po podstawieniu do wzoru wartości z przykładu 3.4 otrzymamy następującą wartość:

$$r = \left(1 + \frac{6\%}{4}\right)^4 - 1 \approx 6{,}1364\%.$$

Powyższa wartość oznacza, że efektywnie, czyli uwzględniając wzrastającą z kwartału na kwartał podstawę obliczania odsetek, na lokacie opisanej w przykładzie 3.4 zarobimy 6,1364% rocznie. Przy kapitalizacji częstszej niż roczna na lokacie jesteśmy w stanie zarobić więcej, niżby to wynikało z oprocentowania nominalnego, które w naszym przykładzie wynosi 6%.

We wzorze (3.8) uszczegółowienia wymaga kwestia skali okresu, dla którego podane są stopy procentowe. Otóż wartość r oznacza stopę procentową w skali roku, a podzielenie jej przez liczbę kapitalizacji w ciągu roku (m) powoduje, że uzyskamy stopę procentową w skali okresu kapitalizacji. Jeżeli więc znamy stopę zwrotu w skali okresu kapitalizacji, nie ma potrzeby dzielenia jej przez m, ponieważ taka stopa jest już wartością całego ułamka r / m. Taka sytuacja występuje na przykład w przypadku inwestycji opisanej w przykładzie 3.2. Powróćmy do tego przykładu i załóżmy teraz, że zyski z inwestycji A i B mogą być reinwestowane. Obliczone przez nas stopy zwrotu w horyzoncie tych inwestycji (odpowiednio r_i = 20% oraz r_i = 25%) są zatem równe wyrażeniu r / m we wzorze (3.8). Podstawiając r_i w miejsce r / m w tym wzorze, otrzymujemy **wzór na efektywną stopę zwrotu przy inwestycjach trwających krócej niż rok**:

$$r_r = \left(1 + r_i\right)^m - 1. \tag{3.9}$$

We wzorze (3.9) po lewej stronie mamy oznaczenie r_r, aby odróżnić ten wzór od wzoru (3.8). Na dobrą sprawę wzór (3.9) można rozpatrywać jako

Przykład 4.8

Pewien inwestor chce nabyć obligację o wartości nominalnej 1000 zł i oprocentowaniu kuponowym 7%, której odsetki są wypłacane raz w roku. Termin jej wykupu przypada za trzy lata. a) Ile inwestor jest skłonny zapłacić za tę obligację, jeżeli obligacje o podobnym poziomie ryzyka przynoszą stopę zwrotu równą 6%? b) Jakiej stopy zwrotu może oczekiwać ten inwestor, jeżeli nabędzie tę obligację za cenę uzyskaną w punkcie a)?

Zauważmy, że w punkcie a) mamy po prostu dokonać wyceny obligacji, dla której $V_{nom} = 1000$ zł, $n = 3$, $k_{kup} = 7\%$, a $r = 6\%$. Podstawmy zatem te wartości do wzoru (4.3):

$$P_0 = 7\% \cdot 1000 \text{ zł} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^3}}{6\%} + \frac{1000 \text{ zł}}{(1+6\%)^3} \approx 1026{,}73 \text{ zł}.$$

Inwestor będzie zatem skłonny do nabycia tej obligacji za cenę 1026,73 zł. Jeżeli ta sztuka mu się powiedzie, do obliczenia stopy zwrotu z tej inwestycji (*YTM*) wykorzysta wzór (4.9), który po podstawieniu odpowiednich wartości da nam wyrażenie:

$$1026{,}73 \text{ zł} = \frac{70 \text{ zł}}{(1+YTM)^1} + \frac{70 \text{ zł}}{(1+YTM)^2} + \frac{1070 \text{ zł}}{(1+YTM)^3}.$$

Zarówno zastosowanie rachunku interpolacyjnego (jak w punkcie 3.3.3), jak i wykorzystanie arkusza kalkulacyjnego da nam rozwiązanie powyższego równania $YTM = 6\%$. Jest to zatem taka sama wartość jak użyta w procesie wyceny tej obligacji.

4.3.5. Zależność ceny obligacji od stopy procentowej

Choćby pobieżna analiza wzoru (4.3) pozwala wysnuć wniosek, że bieżąca cena obligacji jest wypadkową kilku czynników, w szczególności stopy oprocentowania kuponowego (k_{kup}), rynkowej stopy procentowej (r), wartości nominalnej (V_{nom}) oraz czasu do wykupu (n). Chyba najważniejszym czynnikiem wpływającym na wartość obligacji jest rynkowa stopa procentowa. Ściślej rzecz ujmując, główną rolę odgrywa tutaj relacja zachodząca między stopą rynkową a stopą kuponową. Zobrazujmy to na poniższym przykładzie.

Przykład 4.9

Na rynku są dostępne trzy obligacje o takiej samej wartości nominalnej i z terminem wykupu przypadającym za 5 lat. Dla każdej z tych obligacji inwestorzy oczekują stopy zwrotu na poziomie 6%. Jakie są ich ceny, jeżeli
a) obligacja A ma stałą stopę kuponową wynoszącą 5%,
b) obligacja B ma stałą stopę kuponową wynoszącą 6%,
c) obligacja C ma stałą stopę kuponową wynoszącą 7%?

Dla potrzeb wyceny obligacji z przykładu 4.9 nie ma znaczenia, jaka dokładnie jest wartość nominalna tych obligacji. Jeżeli do obliczenia ceny podstawimy na przykład wartość nominalną równą V_{nom}, to uzyskany wynik będzie ułamkiem tej wartości nominalnej. Zwróćmy też uwagę, że nie ma dla nas znaczenia moment, w którym te obligacje zostały wyemitowane, bowiem liczą się tylko przyszłe przepływy, które z nich otrzymamy, czyli te, które wystąpią od jutra do terminu wykupu. Podstawmy zatem odpowiednie wartości do wzoru (4.3), dzięki czemu otrzymamy wartości powyższych obligacji:

$$P_A = 5\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^5}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^5} \approx 0{,}9579 V_{nom},$$

$$P_B = 6\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^5}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^5} = 1{,}0000 V_{nom},$$

$$P_C = 7\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^5}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^5} \approx 1{,}0421 V_{nom}.$$

Jak można zauważyć, wartość obligacji A jest niższa, wartość obligacji B jest równa, a wartość obligacji C – wyższa od ich wartości nominalnej. Jednocześnie zauważmy, że oprocentowanie kuponowe obligacji A jest niższe, obligacji B jest równe, a obligacji C – wyższe od rynkowej stopy procentowej. To nam daje możliwość sformułowania pewnych prawidłowości dotyczących ceny obligacji w zależności od relacji zachodzącej między stopą kuponową i rynkową:

- jeżeli stopa kuponowa jest niższa od stopy rynkowej, to cena obligacji jest niższa od jej wartości nominalnej $\left(\left(k_{kup} < r\right) \to \left(P_0 < V_{nom}\right)\right)$,
- jeżeli stopa kuponowa jest równa stopie rynkowej, to cena obligacji jest równa jej wartości nominalnej $\left(\left(k_{kup} = r\right) \to \left(P_0 = V_{nom}\right)\right)$,
- jeżeli stopa kuponowa jest wyższa od stopy rynkowej, to cena obligacji jest wyższa od jej wartości nominalnej $\left(\left(k_{kup} > r\right) \to \left(P_0 > V_{nom}\right)\right)$.

Czy zatem, pomimo różnych cen obligacji z przykładu 4.9, z każdej z nich będziemy w stanie zrealizować stopę zwrotu na oczekiwanym przez nas poziomie 6%? Przeanalizujmy, co się stanie z cenami obligacji po upływie roku od dzisiaj. Termin wykupu każdej z tych obligacji będzie przypadał za cztery lata, zatem do wyceny przyjmiemy $n = 4$. Poza tym nic się nie zmieni, uzyskamy więc następujące ceny naszych obligacji:

$$P_A = 5\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^4}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^4} \approx 0{,}9653 V_{nom},$$

$$P_B = 6\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^4}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^4} = 1{,}0000 V_{nom},$$

$$P_C = 7\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+6\%)^4}}{6\%} + \frac{V_{nom}}{(1+6\%)^4} \approx 1{,}0346 V_{nom}.$$

Znając cenę obligacji A, B i C po roku od ich zakupu, jesteśmy w stanie obliczyć stopę zwrotu z tych obligacji w trakcie tego roku, czyli tzw. **przychodowość obligacji**. Wykorzystamy do tego najprostszy wzór na stopę zwrotu, czyli wzór (3.5). Zyskiem w trakcie całego roku są otrzymane odsetki oraz ewentualna różnica między cenami obligacji. Dla odróżnienia od rynkowej stopy procentowej oznaczmy przychodowość jako r_p. Dla obligacji z przykładu 4.9 uzyskujemy, co następuje:

$$r_{pA} = \frac{0{,}9653 V_{nom} + 0{,}05 V_{nom} - 0{,}9579 V_{nom}}{0{,}9579 V_{nom}} = 6\%,$$

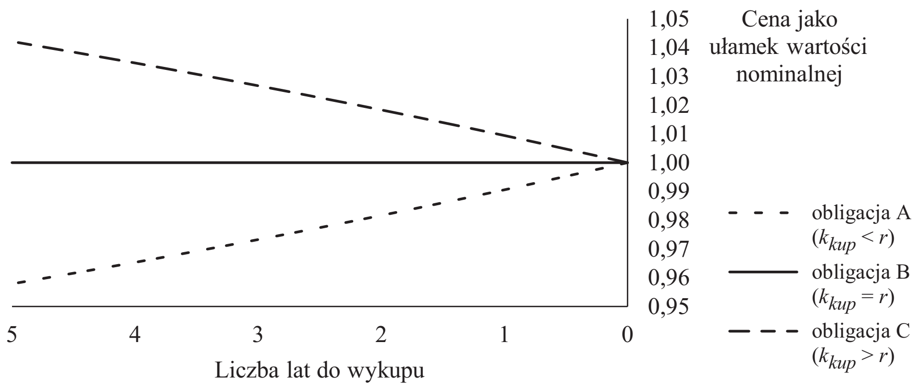
$$r_{pB} = \frac{1,0000V_{nom} + 0,06V_{nom} - 1,0000V_{nom}}{1,0000V_{nom}} = 6\%,$$

$$r_{pC} = \frac{1,0346V_{nom} + 0,07V_{nom} - 1,0421V_{nom}}{1,0421V_{nom}} = 6\%.$$

Przychodowość każdej z tych obligacji w ciągu tego roku wyniosła dokładnie 6% i to pomimo różnych wysokości odsetek. Zrealizowanie stopy zwrotu na poziomie oczekiwanym w momencie zakupu obligacji było możliwe dzięki zmianie ceny obligacji w ciągu tego roku:

– cena obligacji A wzrosła, przynosząc inwestorowi dodatkowy zysk ponad to, co otrzymał w formie odsetek,
– cena obligacji B pozostała niezmieniona, przez co zysk inwestora wynikał jedynie z otrzymanych odsetek, które wystarczyły, aby zarobić wymagane 6%,
– cena obligacji C zmalała, przez co zysk z odsetek (wyższych niż spodziewane 6%) został pomniejszony o stratę wynikającą ze spadku ceny.

Powyższe spostrzeżenia będą prawdziwe również w kolejnych latach, tj. ceny obligacji A będą rosły z roku na rok, ceny obligacji B będą na tym samym poziomie, a ceny obligacji C będą malały. Możemy to sprawdzić, wyceniając te obligacje na trzy lata, dwa lata, rok przed wykupem itd. Bez przedstawiania stosownych obliczeń zobrazujmy te ceny na wykresie (rysunek 4.7). Z analizy wykresu wynika, że wraz ze zbliżaniem się terminu wykupu cena obligacji coraz bardziej zbliża się do jej wartości nominalnej. Oczywiście dotyczy to wyłącznie ceny czystej. Zwróćmy uwagę, że wszystkie wyceny obligacji z przykładu 4.9 były dokonywane na moment tuż po płatności odsetek, zatem są to ceny czyste.

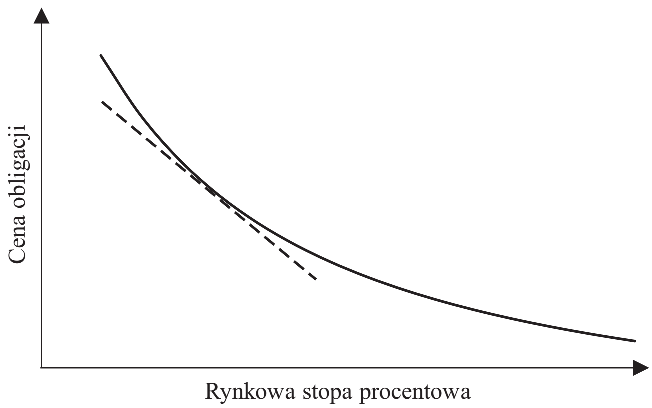


Rysunek 4.7. Zależność ceny obligacji od terminu do wykupu

Wiemy już, że stosunek ceny obligacji do jej wartości nominalnej zależy od relacji między oprocentowaniem kuponowym tej obligacji a rynkową stopą procentową. Jednak co się stanie z ceną obligacji, jeżeli zmieni się rynkowa stopa procentowa? W punkcie 4.3.1 mówiliśmy, że jest to możliwe, chociażby ze względu na zmianę sytuacji gospodarczej. Oczywiste jest, że jeżeli stopa rynkowa ulegnie zmianie, to cena obligacji również się zmieni. Wróćmy jeszcze na chwilę do obligacji A z przykładu 4.9 i obliczmy jej cenę przy założeniu, że zmieniła się wymagana przez inwestorów stopa, która teraz wynosi już nie 6%, a 7%. Otrzymamy zatem cenę:

$$P_A = 5\% \cdot V_{nom} \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+7\%)^5}}{7\%} + \frac{V_{nom}}{(1+7\%)^5} \approx 0{,}9180 V_{nom},$$

która jest niższa niż w podstawowym wariancie przykładu 4.9 dla $r = 6\%$. Jak zatem możemy zauważyć, wzrost stopy rynkowej spowoduje spadek ceny obligacji i na odwrót: spadek stopy rynkowej spowoduje wzrost ceny obligacji. Zależność ceny obligacji od stopy rynkowej przedstawiono na rysunku 4.8.



Rysunek 4.8. Zależność między stopą rynkową a ceną obligacji

Na rysunku można zaobserwować, że ceny obligacji są wrażliwe na zmiany stóp procentowych na rynku. Nie wszystkie obligacje są jednak na te zmiany jednakowo wrażliwe: ceny niektórych cechują się mocniejszą reakcją na zmianę stopy rynkowej, inne słabszą. Siłę tej reakcji możemy zmierzyć z wykorzystaniem ***duration* obligacji**, które bywa nazywane również średnim czasem trwania. *Duration* jest elastycznością funkcji ceny obligacji i może być zdefiniowane następująco:

podrozdziale przedstawiliśmy zależność między poziomem ryzyka a oczekiwaną stopą zwrotu dla kombinacji portfela efektywnego i instrumentu pozbawionego ryzyka. Do przedstawienia modelu CAPM posłużymy się tamtymi rozważaniami. Pominiemy jednak omawianie niektórych założeń i prezentację pełnych wyprowadzeń niektórych wzorów ze względu na konieczność wykorzystania zaawansowanego aparatu matematycznego, co znacznie wykracza poza zakres naszej książki.

Przyjmując określone założenia, można dojść do wniosku, że jedynym portfelem efektywnym składającym się wyłącznie z ryzykownych instrumentów jest **portfel rynkowy** (ang. *market portfolio*). Jest to portfel, który zawiera akcje wszystkich spółek dostępnych na rynku, a udział każdej akcji w portfelu odzwierciedla proporcję (według wartości) tych akcji na całym rynku. W dalszej części portfel rynkowy będziemy oznaczać jako M (od ***m**arket*). Ponieważ portfel rynkowy jest jedynym portfelem efektywnym, jest też portfelem stycznym, o którym mówiliśmy pod koniec poprzedniego punktu. Zatem dla każdej kombinacji portfela rynkowego i instrumentu pozbawionego ryzyka prawdziwe jest wyrażenie dane wzorem (5.14). Jeżeli w miejsce J podstawimy M, uzyskamy **równanie linii rynku kapitałowego, czyli CML** (ang. ***C**apital **M**arket **L**ine*):

$$\overline{r}_i = r_f + \frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_{r_M}} \cdot \sigma_{r_i}. \tag{5.15}$$

Ponieważ linia CML jest granicą efektywną (jak na rysunku 5.5), na tej linii leżą wyłącznie walory i portfele efektywne. We wzorze (5.15) współczynnik kierunkowy prostej, czyli $K = \left(\overline{r}_M - r_f\right) / \sigma_{r_M}$, jest nazywany **ceną ryzyka** (ang. *price of risk*), ponieważ pokazuje, jak bardzo musi wzrosnąć oczekiwana stopa zwrotu z inwestycji w portfel *i*, jeżeli odchylenie standardowe stopy zwrotu z tego portfela wzrośnie o 1 punkt procentowy. Choć linia rynku kapitałowego przedstawia zależność między ryzykiem a stopą zwrotu portfeli efektywnych, można ją wykorzystać do określenia zależności między ryzykiem a stopą zwrotu również dla portfeli nieefektywnych.

Rozważmy portfel składający się z dwóch walorów: portfela rynkowego i ryzykownej akcji *i*. Udział ryzykownej akcji w portfelu oznaczmy jako w_i, dzięki czemu udział portfela rynkowego wyniesie $1 - w_i$. Korzystając ze wzorów (5.3) oraz (5.6), możemy obliczyć kolejno: oczekiwaną stopę zwrotu z takiego portfela:

$$\overline{r}_{w_i} = w_i \overline{r}_i + \left(1 - w_i\right) \overline{r}_M$$

oraz jego odchylenie standardowe:

$$\sigma_{r_{w_i}} = \sqrt{w_i^2 \sigma_{r_i}^2 + \left(1 - w_i\right)^2 \sigma_{r_M}^2 + 2w_i \left(1 - w_i\right) \operatorname{cov}\left(r_i; r_M\right)}.$$

Równanie odchylenia standardowego jest funkcją kwadratową w_i – udziału aktywa i w portfelu. Wykresem tej funkcji jest parabola, która jest zwrócona ramionami w dół i jest styczna (dla $w_i = 0$) do linii CML. Warunkiem styczności powyższej funkcji i linii CML jest to, aby nachylenie obydwu linii w punkcie styczności było równe, czyli:

$$\frac{\left(\overline{r}_i - \overline{r}_M\right)\sigma_{r_M}}{\operatorname{cov}\left(r_i; r_M\right) - \sigma_{r_M}^2} = \frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_{r_M}}. \tag{5.16}$$

Rozwiązując równanie (5.16) względem $\overline{r}_i$ (przekształcenia pominiemy), otrzymamy:

$$\overline{r}_i = r_f + \left(\frac{\overline{r}_M - r_f}{\sigma_{r_M}^2}\right) \operatorname{cov}\left(r_i; r_M\right). \tag{5.17}$$

Zdefiniujmy teraz **współczynnik beta waloru *i***:

$$\beta_i = \frac{\operatorname{cov}\left(r_i; r_M\right)}{\sigma_{r_M}^2}. \tag{5.18}$$

Możemy go podstawić do równania (5.17), co daje **podstawowe równanie modelu CAPM**:

$$\overline{r}_i = r_f + \beta_i \left(\overline{r}_M - r_f\right). \tag{5.19}$$

Poświęćmy chwilę, aby trochę objaśnić kwestie związane z dwoma zapisanymi wyżej wzorami. Stanowią one bowiem *clou* modelu CAPM i wymagają kilku słów komentarza. Po pierwsze model CAPM pozwala podzielić ryzyko danej inwestycji na dwie składowe: **ryzyko systematyczne** (ang. *systematic risk*), nazywane również ryzykiem rynkowym, i **ryzyko specyficzne** (ang. *specific risk, idiosyncratic risk*). Ryzyko systematyczne wynika z korelacji między stopami zwrotu z danej inwestycji a rynkiem jako całością, dlatego nie da się go wyeliminować poprzez dywersyfikację. Z tego powodu ryzyko systematyczne bywa nazywane **niedywersyfikowalnym**. Z kolei ryzyko specyficzne wynika z innych czynników niż korelacja między stopami zwrotu z inwestycji a rynkiem, dzięki czemu może zostać wyeliminowane w wyniku dywersyfikacji. Ten rodzaj ryzyka jest nazywany **dywersyfikowalnym**. Ideę eliminowania ryzyka specyficznego można zaobserwować na rysunku 5.3 – wraz ze wzrostem liczby walorów w portfelu jego ryzyko się obniża, ale nigdy nie spadnie poniżej określonego poziomu (wskazanego przez linię przerywaną). To właśnie ta część ryzyka wynika z czynników rynkowych, które oddziałują na wszystkie instrumenty dostępne na rynku. Nadwyżka ryzyka ponad przerywaną linię wynika z czynników oddziałujących na pojedyncze akcje.

Współczynnik beta zdefiniowany we wzorze (5.18) jest **miarą ryzyka specyficznego** waloru *i* należącą do grupy miar wrażliwości. Odzwierciedla, jak powinna się zmienić oczekiwana stopa zwrotu z tego waloru w odpowiedzi na zmianę oczekiwanej stopy zwrotu z portfela rynkowego. Pokazuje, o ile wyższe (lub niższe) jest ryzyko danego waloru w stosunku do ryzyka portfela rynkowego. Rozbicie ryzyka inwestycji na systematyczne i specyficzne można przedstawić następująco:

$$\sigma_{r_i}^2 = \beta_i^2 \sigma_{r_M}^2 + \sigma_\varepsilon^2,$$

gdzie σ_ε^2 oznacza właśnie ryzyko specyficzne. Współczynnik β powinien przyjmować wartości z przedziału $\langle 0; +\infty)$, a ewentualne uzyskanie ujemnego oszacowania wynika najczęściej ze zbyt krótkiego zakresu czasowego wykorzystanego do obliczeń. Współczynnik β ma jednak dwie charakterystyczne wartości: 0 oraz 1, dzięki czemu możemy wskazać pewne przedziały jego wartości:

- $\beta = 0$ oznacza brak ryzyka i jest właściwe dla instrumentów pozbawionych ryzyka,
- $\beta < 1$ cechuje inwestycje relatywnie bezpieczne, mniej ryzykowne niż portfel rynkowy; takie inwestycje nazywamy **defensywnymi**,
- $\beta = 1$ jest charakterystyczna dla portfela rynkowego; z definicji współczynnika β wynika, że dla takiego portfela jest on zawsze równy 1,
- $\beta > 1$ wskazuje, że inwestycja jest bardziej ryzykowna niż rynek, ponieważ cechuje się wyższą zmiennością stóp zwrotu niż portfel rynkowy; takie inwestycje nazywa się **agresywnymi** lub **ofensywnymi**.

Ponieważ współczynnik beta odzwierciedla poziom ryzyka niedywersyfikowalnego, do obliczenia ryzyka portfela możemy użyć zwykłej średniej ważonej udziałami. Gdyby ryzyko mierzone współczynnikiem β dało się zdywersyfikować, wartość β dla portfela byłaby niższa, niżby to wynikało z obliczeń na podstawie średniej ważonej. Z podobnym przypadkiem mieliśmy do czynienia w przykładzie 5.1, w którym średnia ważona odchyleń standardowych stóp zwrotu z dwóch akcji dała wynik prawie dwukrotnie wyższy niż rzeczywiste odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela. W tamtym przykładzie jednak ryzyko można było zdywersyfikować. Możemy zatem zapisać **wzór na wartość współczynnika β portfela kilku walorów**:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i. \tag{5.20}$$

Równanie modelu CAPM opisane wzorem (5.19) pozwala określić, jakiej stopy zwrotu ze swojej inwestycji *i* mogą oczekiwać inwestorzy. Jako absolutne minimum wskazana jest tutaj stopa zwrotu z instrumentów pozbawionych ryzyka r_f. Jest to stopa zwrotu, jaką zarobilibyśmy, nie ponosząc ryzyka, zatem z ryzykownych inwestycji powinniśmy oczekiwać wyższej stopy zwrotu. Ta nadwyżka (drugi składnik sumy z równania (5.19)) jest nazywana **premią za ryzyko inwestycji** i zależy od dwóch elementów: poziomu ryzyka inwestycji (mierzonego współczynnikiem beta) oraz **rynkowej premii za ryzyko** (różnicy między oczekiwaną stopą zwrotu z portfela rynkowego a stopą zwrotu wolną od ryzyka, czyli $\overline{r}_M - r_f$). Przeanalizujmy następujący przykład.

Przykład 5.3

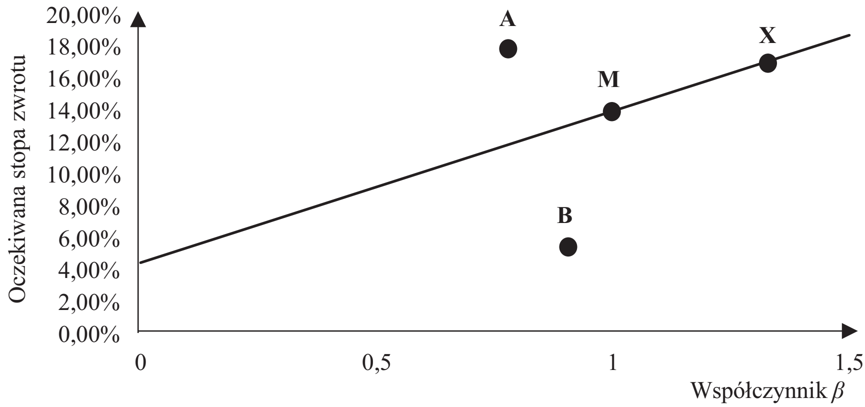
Chcesz zainwestować w akcje spółki X. Kowariancja stopy zwrotu z tych akcji i stopy zwrotu z portfela rynkowego wynosi 0,00637, a odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela rynkowego wynosi 7%. Jakiej stopy zwrotu ze swojej inwestycji powinieneś oczekiwać, jeżeli aktualna rentowność bonów skarbowych wynosi 4,5%, a oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego wynosi 14%?

Portfel rynkowy jest trudny do skonstruowania, dlatego do określenia oczekiwanej stopy zwrotu, odchylenia standardowego i kowariancji stóp zwrotu z portfela rynkowego i stóp zwrotu z danej inwestycji korzysta się z indeksów giełdowych, które odzwierciedlają zmiany wartości portfela rynkowego. W naszym przykładzie mamy podane odchylenie standardowe stopy zwrotu z portfela rynkowego, a żeby obliczyć współczynnik beta, potrzebujemy wartości wariancji. Odchylenie standardowe podnosimy więc do kwadratu, a następnie kowariancję stóp zwrotu dzielimy przez uzyskany wynik. Otrzymamy współczynnik beta równy $\beta_X = 0{,}00637 / 0{,}07^2 = 0{,}00637 / 0{,}0049 = 1{,}3$. Akcje spółki X są zatem akcjami ofensywnymi, bardziej ryzykownymi niż portfel rynkowy, więc i stopa zwrotu, której powinniśmy oczekiwać, powinna być wyższa od stopy zwrotu oczekiwanej z rynku. Wykorzystajmy wzór (5.19) i wykonajmy obliczenia:

$$\overline{r}_X = 4{,}5\% + 1{,}3 \cdot (14\% - 4{,}5\%) = 4{,}5\% + 1{,}3 \cdot 9{,}5\% = 4{,}5\% + 12{,}35\% = 16{,}85\%.$$

Powyższe obliczenia pokazują nam, że:
- rynkowa premia za ryzyko w naszym przypadku wynosi 9,5%,
- premia za ryzyko naszej inwestycji wynosi 12,35%,
- akcje spółki X powinny przynosić stopę zwrotu na poziomie 16,85%.

Graficzną prezentacją modelu CAPM jest linia rynku papierów wartościowych, czyli SML (ang. ***S**ecurity **M**arket **L**ine*). Podobnie jak CML, SML odzwierciedla liniową zależność między ryzykiem a oczekiwaną stopą zwrotu, jednak obie linie różnią się przynajmniej w dwóch aspektach. Dla SML miarą ryzyka jest współczynnik beta, a nie odchylenie standardowe, więc SML obrazuje zależność między ryzykiem systematycznym a stopą zwrotu. Ponadto, co jest nawet bardziej istotne, na linii CML leżą wyłącznie inwestycje efektywne, a na linii SML mogą się znajdować wszystkie inwestycje, w tym nieefektywne. Linia SML dla przykładu 5.3 została przedstawiona na rysunku 5.6.



Rysunek 5.6. Wykres SML

Na rysunku 5.6 zaznaczono: portfel rynkowy (M) oraz akcję X z przykładu 5.3. Jak można zauważyć, zostały tam naniesione jeszcze dwa punkty odpowiadające walorom A oraz B. Punkty te nie leżą na linii SML, ale pod lub nad nią. Taka sytuacja może się zdarzyć; ma uzasadnienie i interpretację. Zanim do tego przejdziemy, należy powiedzieć, że model CAPM jest modelem równowagi rynkowej, zakłada bowiem, że na rynku panuje równowaga. Tylko w takich warunkach równanie (5.19) daje właściwy wynik, czyli oczekiwana stopa zwrotu z danego instrumentu jest opisana tym równaniem. Rynek może jednak tymczasowo znaleźć się w stanie nierównowagi, powodując przewartościowanie lub niedowartościowanie pewnych instrumentów. O **niedowartościowaniu** mówimy wówczas, gdy cena danego instrumentu na rynku jest niższa od jego wartości; takie instrumenty opłaca się kupić. **Przewartościowanie** jest sytuacją odwrotną – rynkowa cena waloru przewyższa jego wartość; takie walory opłaca się sprzedać. Jak to się ma do SML?